ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
Μαθηματικά
Ε΄ δημοτικού

ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΗΝΩΣΗ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Η Νεφέλη, ο Γιάννης, ο Οδυσσέας, η Θεοδώρα, ο Γιώργος και ο Μίλτος πήγαν στην ίδια κατασκήνωση το καλοκαίρι. Όλοι ασχολήθηκαν με αθλήματα.

- Αν ο αγώνας μπάσκετ άρχισε πριν από ένα τέταρτο και η συνολική του διάρκεια είναι μία ώρα, τι ώρα θα τελειώσει; ....

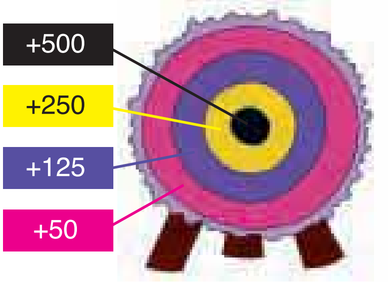
- Στον αγώνα παίζει το $\frac{1}{10}$ των αγοριών της κατασκήνωσης.

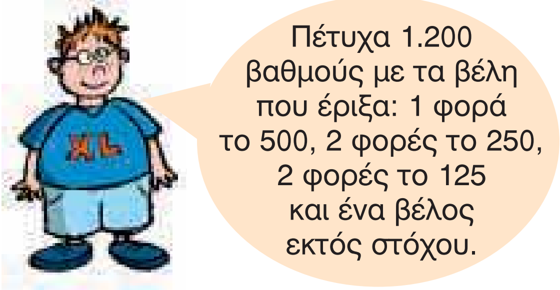
Πόσα μπορεί να είναι όλα τα αγόρια; Βάζω ✔

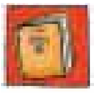
10 ☐
100 ☐
1.000 ☐

Εξηγώ στην τάξη πώς σκέφτηκα.

- Κάθε παιδί ρίχνει 6 βέλη. Προσοχή! Αν το βέλος βγει εκτός στόχου, αφαιρούνται 50 βαθμοί!

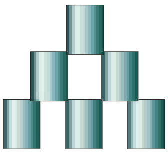






- Ποιες μπορεί να ήταν οι βολές που έριξε ο Μίλτος;
- Αν η Νεφέλη συγκέντρωσε περισσότερους βαθμούς από το Γιώργο και το Μίλτο, ποιες μπορεί να ήταν οι βολές της;

Εργασίες

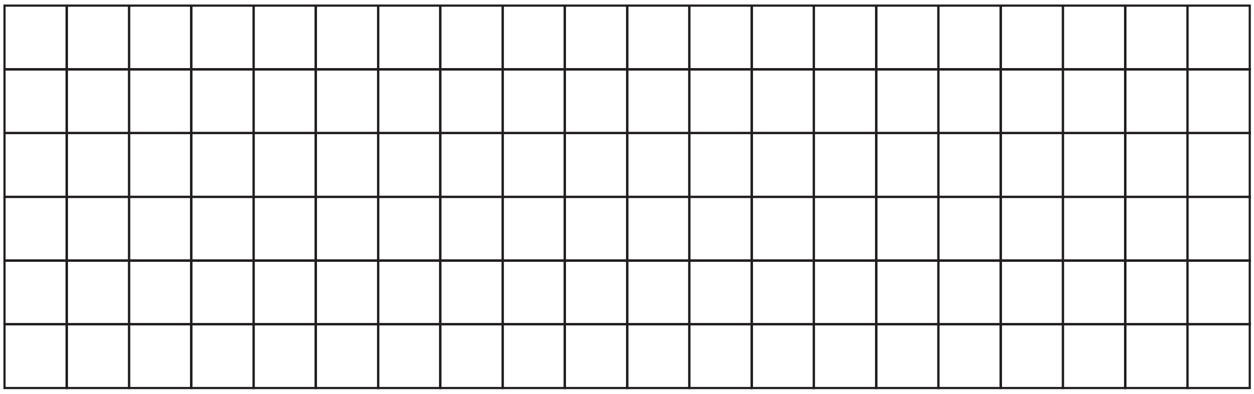


1. Φτιάχνουμε στόχους με άδεια κουτιά. Αν χρειαστήκαμε 6 κουτιά για να στήσουμε 3 σειρές, πόσα κουτιά θα χρειαστούμε για να στήσουμε μια παρόμοια πυραμίδα με 5 σειρές; ....

Πόσα κουτιά θα χρειαστούμε για μια παρόμοια πυραμίδα με 9 σειρές; ....
Εξηγώ στην τάξη πώς σκέφτηκα.

2. Φτιάχνουμε με το χάρακα ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με εμβαδόν:

- 12 τετραγωνάκια
- 10 τετραγωνάκια
- 7 τετραγωνάκια



Συζητάμε στην τάξη τις λύσεις που δώσαμε.

3. Προτείνουμε μερικούς 6ψήφιους αριθμούς που μπορούμε να φτιάξουμε με τον , πατώντας τα πλήκτρα 3, 5, 5, 7, 9, 1.
Γράφουμε 5 από αυτούς και τους διατάσσουμε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο:

.... < .... < .... < .... < ....

2 Υπενθύμιση - Οι αριθμοί μέχρι το 1.000.000

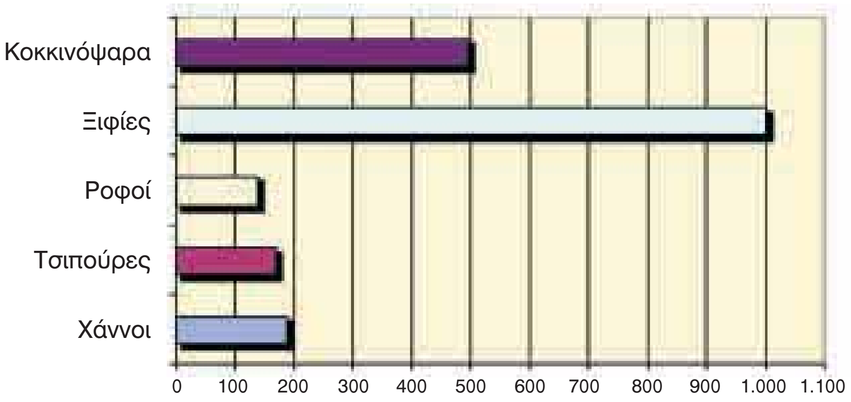
ΣΤΗΝ ΙΧΘΥΟΣΚΑΛΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Με ποιους τρόπους μπορούμε να εκφράσουμε το 1 εκατομμύριο;

Σε όλες τις αλιευτικές περιοχές και στα νησιά υπάρχουν ιχθυόσκαλες...

Ποσότητες ψαριών που αλιεύτηκαν στα ελληνικά νησιά το 1992.	
Κοκκινόψαρα	*τετρακόσιοι ενενήντα εφτά τόνοι ή 497 χιλιάδες* ***κιλά***
Ξιφίες	*χίλιοι* ***τόνοι ή*** .... ***κιλά***
Ροφοί	*εκατόν σαράντα* ***τόνοι ή*** .... ***κιλά***
Τσιπούρες	*εκατόν εβδομήντα ένας* ***τόνοι ή*** .... ***κιλά***
Χάννοι	*εκατόν ογδόντα εννιά* ***τόνοι ή*** .... ***κιλά***



1 τόνος = 1.000 κιλά

- 1.000 τόνοι πόσα κιλά είναι; Βρίσκω με τον ....κιλά

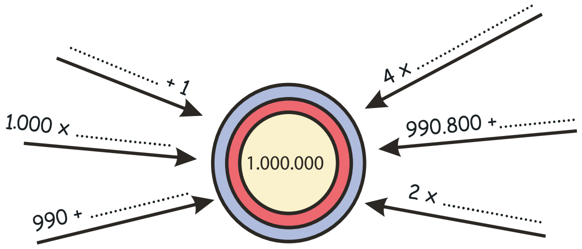
- Δίπλα σε κάθε είδος ψαριού συμπληρώνω τον αριθμό που αντιστοιχεί στην ποσότητα σε κιλά που αλιεύτηκε το 1992 (1Μ = 1 κιλό):

Είδος ψαριού	ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ		ΧΙΛΙΑΔΕΣ			ΜΟΝΑΔΕΣ		
	Δ 10.000.000	Μ 1.000.000	Ε 100.000	Δ 10.000	Μ 1.000	Ε 100	Δ 10	Μ 1
Κοκκινόψαρα			4	9	7	0	0	0
Ξιφίες								
Ροφοί								
Τσιπούρες								
Χάννοι								

- Ποιο είδος ψαριού αλιεύτηκε στα ελληνικά νερά το 1992:
  σε μεγαλύτερη ποσότητα; ....
  σε μικρότερη ποσότητα; ....
- Παρατηρώ προσεκτικά τον πίνακα και το γράφημα και συμπληρώνω με **Σ** (σωστό) ή **Λ** (λάθος) τις προτάσεις:
  → Τα κοκκινόψαρα είναι περίπου τα μισά απ' ό,τι οι ξιφίες. ☐
  → Οι χάννοι είναι λίγο περισσότεροι από τις τσιπούρες. ☐
  → Οι ροφοί είναι περίπου δέκα φορές λιγότεροι από τους ξιφίες. ☐
  → Οι τσιπούρες είναι λιγότερες από τους ροφούς. ☐
  → Οι ξιφίες είναι περίπου όσα όλα τα υπόλοιπα είδη ψαριών μαζί. ☐
- Συζητάμε στην τάξη για τη μόλυνση των θαλασσών στις μέρες μας και τις συνέπειές της.

Εργασία

Συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν:



Συμπέρασμα

- *Μπορώ να γράψω έναν αριθμό:*
  → ***Με λέξεις:*** *τριακόσιες πενήντα χιλιάδες*
  → ***Με ψηφία:*** *350.000*
  → ***Με ψηφία και με λέξεις (μεικτή γραφή):*** *350 χιλιάδες*
- *Μπορώ να γράψω έναν αριθμό στον πίνακα, τοποθετώντας κάθε ψηφίο του αριθμού* ***στην αντίστοιχη με την αξία του θέση****.*

3 Οι αριθμοί μέχρι το 1.000.000.000

ΟΙ ΕΛΛΗΝΕΣ ΤΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πού χρησιμοποιούμε πολύ μεγάλους αριθμούς;

Ο Οδυσσέας ζει στην Αυστραλία. Έχει Έλληνες γονείς. Πηγαίνει και σε ελληνικό σχολείο.

Οι Έλληνες στην Ελλάδα είναι 11.000.000 περίπου. Σε όλο τον κόσμο όμως μιλούν ελληνικά 20 εκατ. περίπου άνθρωποι.

Συζητάμε στην τάξη:
Πώς εξηγείται αυτό το γεγονός;
Συμβαίνει το ίδιο με άλλες γλώσσες;

Παρατηρώ τον παρακάτω πίνακα:

Χώρα	Κάτοικοι	Άνθρωποι που μιλούν την επίσημη γλώσσα της χώρας σ' όλο τον κόσμο
Πορτογαλία	9.800.000 ή 9,8 εκατ.	182 εκατ.
Ινδία	1.000 εκατ.	391 εκατ.
Ισπανία	39 εκατ. 700 χιλ. ή 39,7 εκατ.	360.000.000 ή 360 εκατ.
Ιαπωνία	125 εκατ.	εκατόν είκοσι έξι εκατ.
Μ. Βρετανία	58 εκατ. 800 χιλ. ή 58,8 εκατ.	450 εκατ.
Γαλλία	61.044.000 ή 61,044 εκατ.	εκατόν είκοσι τρία εκατομμύρια

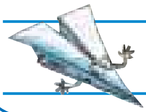
Ποια από τις παραπάνω γλώσσες είναι η πιο διαδεδομένη στον κόσμο; Γιατί; Συζητάμε στην τάξη τις απόψεις μας.

- Συμπληρώνω τον άβακα, τοποθετώντας τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.

Άνθρωποι που μιλούν σ' όλο τον κόσμο:	ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ Ε 100.000.000	Δ 10.000.000	Μ 1.000.000	ΧΙΛΙΑΔΕΣ Ε 100.000	Δ 10.000	Μ 1.000	ΜΟΝΑΔΕΣ Ε 100	Δ 10	Μ 1
αγγλικά	4	5	0	0	0	0	0	0	0

- Πώς αλλιώς μπορούμε να γράψουμε τον αριθμό 1.000 εκατομμύρια;

....



1.000 εκατ. = 1 δισεκατομμύριο

Εργασίες

1. Χρησιμοποιώντας μόνο τα ψηφία 0, 2 και 3, που τα παίρνω όσες φορές θέλω, φτιάχνω έναν αριθμό ώστε να είναι:

- ....< 100.000.000 ....
- ....> 100.000.000 ....
- 100.000.000< ....< 101.000.000

2. Χρησιμοποιούμε τα ψηφία 0, 1 και 2 όσες φορές θέλουμε αλλά τουλάχιστον μια φορά το καθένα. Ποιος είναι:

- Ο μεγαλύτερος 8ψήφιος αριθμός που μπορούμε να φτιάξουμε;
- Ο μικρότερος 8ψήφιος αριθμός που μπορούμε να φτιάξουμε;

Συμπέρασμα

***Γράφουμε** και **διαβάζουμε** μεγάλους αριθμούς εύκολα όταν χρησιμοποιούμε **ψηφία** και **λέξεις** (μεικτή γραφή).*

Παραδείγματα:
- *325.000.000= 325 εκατ.*
- *152.040.000= 152 εκατ. 40 χιλ. ή 152,04 εκατ.*

4 Αξία θέσης ψηφίου στους μεγάλους αριθμούς

ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΜΕ ΚΑΡΤΕΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς συγκρίνουμε αριθμούς με πολλά ψηφία;

- Τα παιδιά παίζουν με τις κάρτες:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

ΚΑΝΟΝΑΣ

Κάθε ομάδα κερδίζει ένα βαθμό αν φτιάξει έναν αριθμό μεγαλύτερο από τον αριθμό-στόχο, αλλάζοντας θέσεις στις κάρτες-ψηφία.

Αριθμός-στόχος:

6 8 5 0 7 9

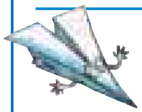
1η προσπάθεια

Α΄ ΟΜΑΔΑ
785.096
785 χιλιάδες
ενενήντα έξι
1 βαθμός

Ο αριθμός που φτιάξαμε είναι μεγαλύτερος γιατί στη θέση των εκατοντάδων χιλιάδων βάλαμε μεγαλύτερο ψηφίο.

Β΄ ΟΜΑΔΑ
695.078
695 χιλιάδες
εβδομήντα οχτώ
1 βαθμός

- Συζητάμε στην τάξη γιατί ο αριθμός που πρότεινε η Β΄ ομάδα είναι επίσης μεγαλύτερος από τον αριθμό-στόχο.
- Ποιος είναι ο μεγαλύτερος και ποιος ο μικρότερος 6ψήφιος που μπορούμε να φτιάξουμε με αυτά τα ψηφία;



Τα σύμβολα για τα ψηφία που χρησιμοποιούμε τα επινόησαν οι αρχαίοι Ινδοί και τα διέδωσαν στον υπόλοιπο κόσμο οι Άραβες, γι' αυτό και ονομάζονται Ινδοαραβικά αριθμητικά σύμβολα.

2η προσπάθεια

Αριθμός-στόχος:

9 9 8 9 5 6 3 1

Βοηθώ τις ομάδες να φτιάξουν τους αριθμούς τους:

Α΄ ΟΜΑΔΑ
0 βαθμοί

Β΄ ΟΜΑΔΑ
1 βαθμός

Ποιον αριθμό μπορεί να πρότεινε κάθε ομάδα σύμφωνα με τη βαθμολογία που πήρε; Δίνουμε **δύο διαφορετικές απαντήσεις** για κάθε περίπτωση.

α) .... β) ....
α) .... β) ....

3η προσπάθεια

Αριθμός-στόχος:

9	9	9	8	9	0	6	3	1

Βοηθώ τις ομάδες να φτιάξουν τους αριθμούς τους:

Α΄ ΟΜΑΔΑ
1 βαθμός

Β΄ ΟΜΑΔΑ
0 βαθμοί

Ποιον αριθμό μπορεί να πρότεινε κάθε ομάδα σύμφωνα με τη βαθμολογία που πήρε; Δίνουμε δύο διαφορετικές απαντήσεις για κάθε περίπτωση.

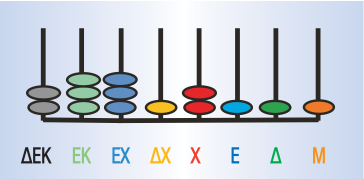
α) .... β) ....
α) .... β) ....

- Βάζω σε σειρά τους αριθμούς-στόχους από το μικρότερο στο μεγαλύτερο:

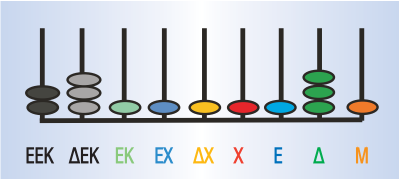
.... < .... < ....

Εργασίες

1. Γράφω με μεικτή γραφή και με ψηφία τους αριθμούς που δείχνουν οι κάθετοι άβακες:

- 

....

- 

....

Πόσο μεγαλύτερος είναι ο δεύτερος αριθμός; Περίπου ....

2. Βάζω τις τελείες στους παρακάτω αριθμούς για να μπορώ να τους διαβάσω εύκολα. Χρωματίζω αυτούς που είναι ανάμεσα στα 175.500.000 και στα 179.000.000.

177000000	17640000	157600000	170900000
179500000	175000009	178900000	17609000

- Τους διατάσσω από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

Συμπέρασμα *Για να **συγκρίνω** δυο ακέραιους αριθμούς:*

*- Μετράω **το πλήθος των ψηφίων** τους (μεγαλύτερος είναι όποιος έχει περισσότερα ψηφία).*

Παράδειγμα:

ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΧΙΛΙΑΔΕΣ			ΜΟΝΑΔΕΣ		
Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
2	5	3.	7	5	4.	8	3	2

\>

ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΧΙΛΙΑΔΕΣ			ΜΟΝΑΔΕΣ		
Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
	9	9.	7	5	4.	8	3	2

*- Αν έχουν τον ίδιο αριθμό ψηφίων, συγκρίνω τα ψηφία ξεκινώντας από **τη θέση με τη μεγαλύτερη αξία.***

Παράδειγμα:

ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΧΙΛΙΑΔΕΣ			ΜΟΝΑΔΕΣ		
Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
9	8	4.	5	3	6.	1	0	1

\>

ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΧΙΛΙΑΔΕΣ			ΜΟΝΑΔΕΣ		
Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
9	8	4.	5	3	4.	1	0	1

5 Υπολογισμοί με μεγάλους αριθμούς

ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΕΓΑΛΩΝΟΥΝ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Γιατί χρησιμοποιούμε την εκτίμηση στους μεγάλους αριθμούς;

Τα παιδιά παρατήρησαν στην περιοχή τους πολλά δημόσια έργα σε εξέλιξη. Κατέγραψαν από τις πινακίδες που είδαν τα παρακάτω:

Εκτιμώ πιο γρήγορα το κόστος κάθε έργου αν στρογγυλέψω τους αριθμούς!

ΑΝΑΔΟΧΟΣ ΦΟΡΕΑΣ	ΕΡΓΟ	ΠΡΟΫΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ	
ΥΠ.Ε.Π.Θ.	Δημοτικό Σχολείο	8.757.500 €	→ 9.000.000 €
ΥΠ.Ε.Π.Θ.	Γυμνάσιο - Λύκειο	14.092.900 €	→ 14.000.000 €
ΥΠ.ΠΟ.	Νέο Θέατρο	14.108.700 €	→ ....
ΔΗΜΟΣ	Αντικατάσταση αποχετευτικού	68.009.800 €	→ ....
ΥΠ.ΠΟ.	Κολυμβητήριο	16.068.800 €	→ ....
ΔΗΜΟΣ	Διαμόρφωση πεζόδρομου	4.957.650 €	→ ....

- Ποιο από τα δύο υπουργεία θα πληρώσει περισσότερα για την κατασκευή των έργων;

Εγώ πιστεύω ότι το ΥΠ.Ε.Π.Θ. θα πληρώσει περισσότερα!

Διαφωνώ, περισσότερα θα πληρώσει το Υπουργείο Πολιτισμού!

Με ποιο παιδί συμφωνώ; Συζητάμε στην τάξη.

- Εκτιμώ πόσο στοιχίζουν περίπου: τα έργα του Δήμου: ....

  τα έργα του ΥΠ.Ε.Π.Θ.: ....

- Υπολογίζω με ακρίβεια πόσο κοστίζουν τα έργα:

του Δήμου

```
   6 8.☐☐☐.☐☐☐
+  ☐.9☐☐.6 5 0
 ______________
 ☐☐☐☐☐☐☐☐
```

του ΥΠ.Ε.Π.Θ.

```
   ..........................
+  ..........................
 ____________________________
   ..........................
```

- Πόσα περισσότερα χρήματα θα πληρώσει ο Δήμος;

Περίπου ....

Ακριβώς ....

....

....

Εργασίες

1. Εκτιμώ γρήγορα και στη συνέχεια βρίσκω με ακρίβεια το αποτέλεσμα κάθε όρου της αριθμητικής αλυσίδας. Κάθε φορά υπολογίζω τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στον υπολογισμό με ακρίβεια και στον υπολογισμό με εκτίμηση:

Όρος	Με εκτίμηση	Με ακρίβεια	Διαφορά στους υπολογισμούς
1ος 9+99	10 + 100 = 110	108	110 - 108 = 2
2ος 9+99+999	…+… +… =…	....	....
3ος 9+99+9999	....	....	....
4ος	....	....	....

- Αν συνεχίσω την αριθμητική αλυσίδα, ποιος θα είναι ο 6ος όρος;

• με εκτίμηση	• με ακρίβεια	• διαφορά

2. Στη Λαϊκή Δημοκρατία του Κογκό βρίσκεται το μεγαλύτερο σε έκταση δάσος της Αφρικής. Πόση έκταση έχει;

- Εκτιμώ: ....
- Υπολογίζω με ακρίβεια:
- Διαφορά στους υπολογισμούς:

3. Η Κασπία Θάλασσα στην Ασία είναι η μεγαλύτερη λίμνη με αλμυρό νερό στον κόσμο. Η έκτασή της σε τ.χμ. είναι το μισό του 1.480.000. Πόση έκταση έχει;

• με εκτίμηση	• με ακρίβεια	• διαφορά

Συμπέρασμα

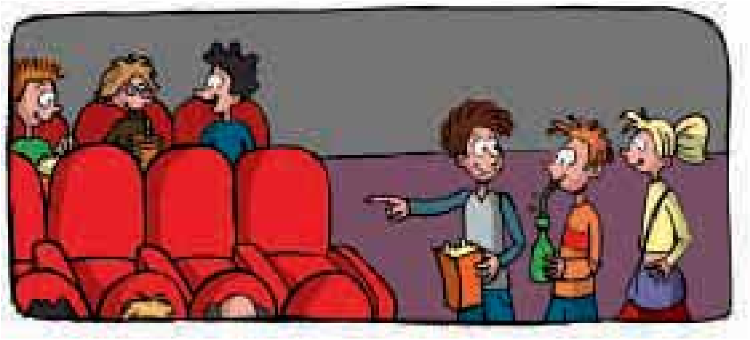
*Όταν κάνουμε **υπολογισμούς με μεγάλους αριθμούς**, μπορούμε να τους στρογγυλέψουμε και **να βρούμε γρήγορα το αποτέλεσμα με εκτίμηση.***
Παράδειγμα: 3.432.000 είναι περίπου 3.500.000 ή 3.400.000

6 Επίλυση προβλημάτων

ΣΤΟΝ ΚΙΝΗΜΑΤΟΓΡΑΦΟ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Μπορούμε να βρούμε διαφορετικές στρατηγικές για να λύσουμε ένα πρόβλημα;



Ο Μίλτος, η Αθηνά και ο Χριστόφορος πήγαν να δουν ταινία.

Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν σ' αυτές τις τρεις θέσεις;

Συζητάμε στην τάξη για τη στρατηγική που μπορούμε να ακολουθήσουμε για να λύσουμε το πρόβλημα.

- Με ποιο παιδί συμφωνώ; Εξηγώ ποια στρατηγική μού φαίνεται πιο εύκολη.

1ος τρόπος

- Μερικοί συνδυασμοί είναι:

Μ	Α	Χ
Μ	Χ	Α

- Συμπληρώνω τους υπόλοιπους:

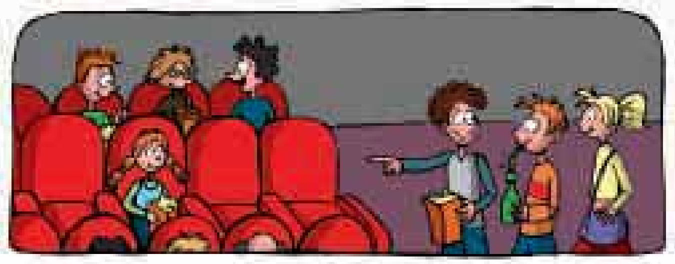
Α	Χ	Μ	Χ	Μ	Α

2ος τρόπος

Σε κάθε περίπτωση, το παιδί που κάθεται στη μέση έχει τα δύο άλλα παιδιά δίπλα του. Άρα, το κάθε παιδί μπορεί να έχει με 2 διαφορετικούς τρόπους δίπλα του τα άλλα δύο παιδιά.
Αφού τα παιδιά είναι 3 και για καθένα υπάρχουν 2 διαφορετικοί τρόποι, έχουμε .... x .... = ... τρόπους.

- Την επόμενη φορά είχαν πάει στον κινηματογράφο με τη φίλη τους Γιάννα.

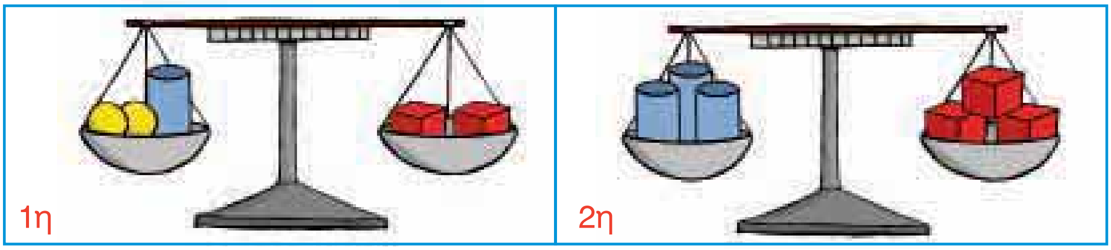
Με πόσους διαφορετικούς τρόπους θα μπορούσαν να καθίσουν τα παιδιά αν η Γιάννα δεν αλλάξει θέση;



Διδακτική επίλυσης προβλήματος. Ανάδειξη διαφορετικών στρατηγικών επίλυσης.

Εργασίες

1. Παρατηρώ προσεκτικά τις δύο ζυγαριές.



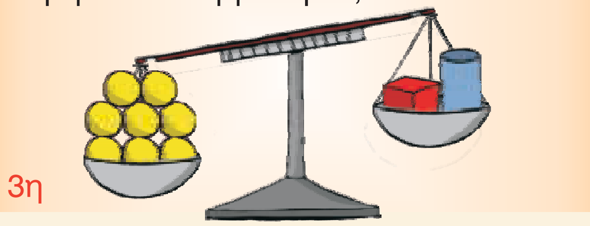
- Συζητάμε με την ομάδα μας και συμπεραίνουμε τη σχέση που έχουν:

α. το βάρος του με το βάρος του : ....

β. το βάρος του με το βάρος της : ....

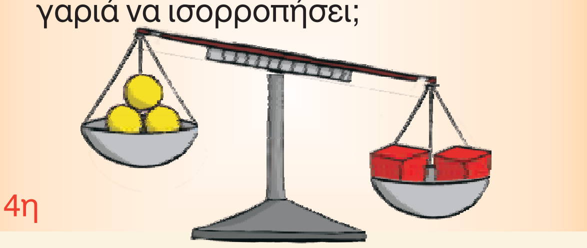
γ. το βάρος του με το βάρος της : ....

- Πώς μπορούμε να κάνουμε την 3η ζυγαριά να ισορροπήσει;



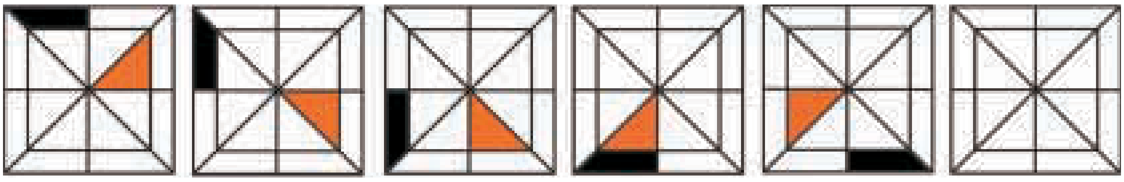
Δικαιολογώ την απάντησή μου:

- Πώς μπορούμε να κάνουμε την 4η ζυγαριά να ισορροπήσει;



Δικαιολογώ την απάντησή μου:

2. Παρατηρώ προσεχτικά και χρωματίζω το τελευταίο σχήμα. Εξηγώ πώς σκέφτηκα:



Συμπέρασμα

*Η **προσεκτική παρατήρηση** και **οργάνωση** των **δεδομένων** και των **ζητούμενων** ενός προβλήματος μας βοηθάει να βρούμε ευκολότερα **στρατηγικές** που θα δώσουν τη λύση του.*

Επαναληπτικό 1

Κεφάλαια 1-6

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

1) Να διαβάζω, να γράφω και ν' αναλύω αριθμούς.

- Ο αριθμός 85200713 διαβάζεται:
  ....
- 100.000.000 + 3.000.000 + 9.000 + 300 είναι ο αριθμός:
  - με ψηφία ....
  - με μεικτή γραφή ....

2) Να συγκρίνω, να διατάσσω και να παρεμβάλλω αριθμούς.

- Συμπληρώνω τα ψηφία που λείπουν ώστε να ισχύουν οι ανισότητες:

α) 3☐0.12☐.000 < 320.127.000

β) 100.999.7☐☐ < 100.9☐☐.☐☐0

- Πόσες διαφορετικές λύσεις υπάρχουν;
- Προτείνω τέσσερις διαφορετικές λύσεις.

- Με τα ψηφία 1, 0, 7, 9, 2 φτιάχνω πέντε διαφορετικούς 9ψήφιους αριθμούς και τους διατάσσω.

.... < .... < .... < .... < ....

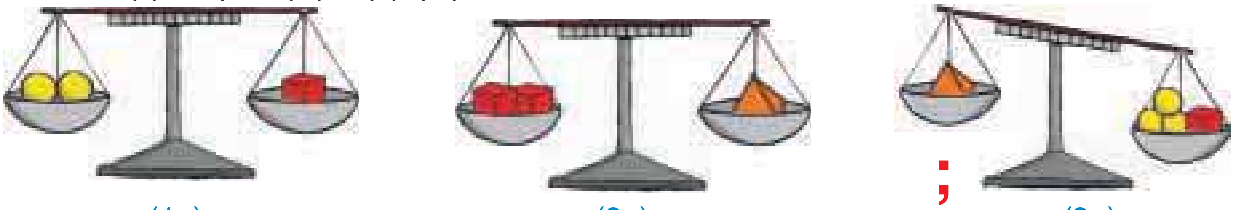
3) Να υπολογίζω ένα αποτέλεσμα πρώτα με εκτίμηση και στη συνέχεια να υπολογίζω με ακρίβεια με διάφορους τρόπους.

- Το μισό του 32.850 είναι
  - περίπου ....
  - με ακρίβεια ....
- Το διπλάσιο του 182.850.460 είναι
  - περίπου ....
  - με ακρίβεια ....
- Συμπληρώνω τα ψηφία που λείπουν:
  - 32.519 x 1.000 = ☐☐☐.☐☐☐.☐☐☐
  - 162.003.050 – 10.000.001 = ☐☐☐.☐☐☐.☐☐☐

- 50.000.000 : □ = 12.500.000
- 2 x □ x 9.350.231 = 93.502.310
- 4 x 250 x □□□.□□□ = 301.060.000
- 100 εκατ. : □ = 12,5 εκατ.
- 93.502.310 : 5 = □□.□□□.□□□
- 50 εκατ. : □ = 6,250 εκατ.

4) Να λύνω προβλήματα.

- Παρατηρώ τις δύο πρώτες ζυγαριές και συμπληρώνω ό,τι χρειάζεται για να ισορροπήσει η τρίτη ζυγαριά:



(1η) (2η) (3η)

- Αν χρησιμοποιήσω μόνο τα ψηφία 3 και 5, πόσους διαφορετικούς 3ψήφιους αριθμούς μπορώ να φτιάξω;

Καταγράφω την προσωπική μου άποψη για τα κεφάλαια 1-6.

- Μου έκανε εντύπωση:

....

....

- Με δυσκόλεψε πιο πολύ:

....

....

- Έμαθα πολύ καλά:

....

....

5) Να φτιάχνω προβλήματα.

Φτιάχνουμε με την ομάδα μας ένα πρόβλημα για την τράπεζα εργασιών της τάξης που να ικανοποιεί τις παρακάτω προϋποθέσεις:

«Φτιάχνω 2 αριθμούς που:
- έχουν .... ψηφία
- είναι μεγαλύτεροι από ....
- το ψηφίο των .... είναι το μισό από το ψηφίο των ....»

7 Δεκαδικοί αριθμοί – Δεκαδικά κλάσματα

ΣΤΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

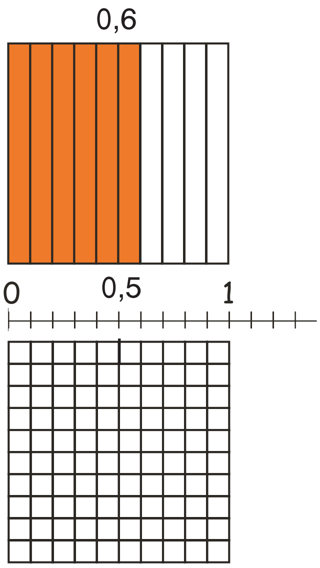
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πόσα ίσα μέρη φτιάχνουν μία μονάδα;

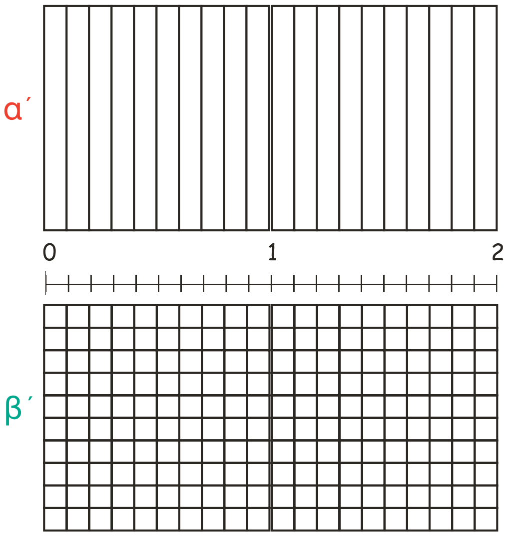
Τα παιδιά σε ομάδες σχεδιάζουν και χρωματίζουν πίνακες με τη βοήθεια του υπολογιστή:

- Η α΄ ομάδα χρωμάτισε τα $\frac{6}{10}$ του πίνακα όπως φαίνεται δίπλα.

Μονάδα αναφοράς είναι ολόκληρος ο πίνακας



- Η β΄ ομάδα χρωμάτισε πράσινα τα $\frac{7}{10}$ του πίνακα ή $\frac{....}{100}$ του πίνακα ή ...... του πίνακα. Τα χρωματίζω:
- Πόση περισσότερη επιφάνεια χρωμάτισε η β΄ ομάδα; .... του πίνακα.
- Στη συνέχεια κάθε ομάδα κάλυψε τη διπλάσια επιφάνεια. Τη χρωματίζω:



- Η συνολική επιφάνεια που χρωμάτισε η α΄ ομάδα είναι:

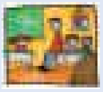
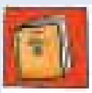
  $\frac{......}{.......}$ ή ...... του πίνακα

  ή 1 ολόκληρος πίνακας και $\frac{......}{.......}$ του πίνακα.

- Η συνολική επιφάνεια που χρωμάτισε η β΄ ομάδα είναι:

  $\frac{......}{.......}$ ή ...... του πίνακα

  ή 1 ολόκληρος πίνακας και $\frac{......}{.......}$ του πίνακα.

Συζητάμε στην τάξη:

- Αν χρωματιστεί 5πλάσια επιφάνεια από την αρχική, πόσους πίνακες θα έχει καλύψει κάθε ομάδα;
- Αν χρωματιστεί 10πλάσια επιφάνεια από την αρχική;

Εργασίες

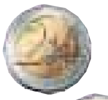
1. Αν η μονάδα αναφοράς είναι το 1€ ή 100 λ., τότε τι μέρος της μονάδας είναι:

τα ; $\frac{\dots}{\dots}$ ή ...,... € | τα 30 λ.; $\frac{\dots}{\dots}$ ή ...,... € | τα 800 λ.; $\frac{\dots}{\dots}$ ή ...,...€

τα ; $\frac{\dots}{\dots}$ ή ...,... € | τα 3 λ.; $\frac{\dots}{\dots}$ ή ...,... € | τα 750 λ.; $\frac{\dots}{\dots}$ ή ...,...€

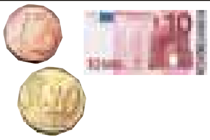
2. Βάζω ✔ στα σωστά.

Τα έχουν δεκαπλάσια αξία από τα ☐

Τα είναι το $\frac{1}{100}$ των  ☐

100 x είναι ίσο με το 10 x ☐

3. Παρατηρώ και συμπληρώνω τον πίνακα:

	με συμμιγή	με ακέραιο	με κλάσμα	με διαίρεση	με δεκαδικό
	1€ 10 λ.	110 λ.	$\frac{110}{100}$ €	110:100	........€
				1.011:100	........€
					........€
					100,00 €
		20.020 λ.			........€

Συμπέρασμα

Μπορούμε να φτιάξουμε την ***ακέραιη μονάδα*** *με* ***10 δέκατα*** *(10 x $\frac{1}{10}$ ή 10 x 0,10)*
ή με ***100 εκατοστά*** *(100 x $\frac{1}{100}$ ή 100 x 0,01).*
Παράδειγμα: 1€ = 10 x 10 λ. ή 10 x 0,10€

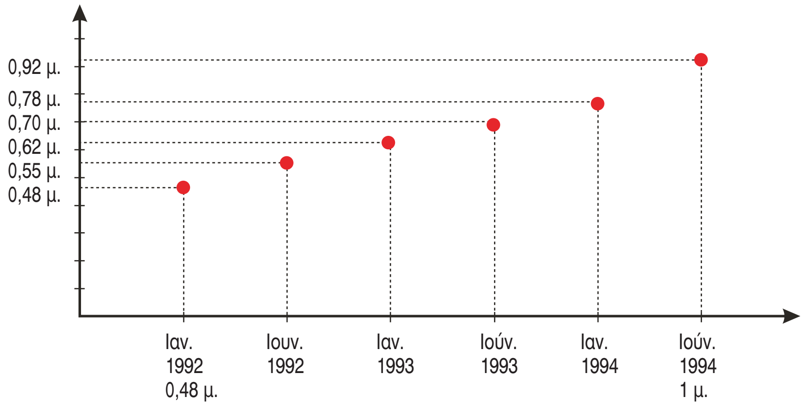
8 Δεκαδικά κλάσματα – δεκαδικοί αριθμοί

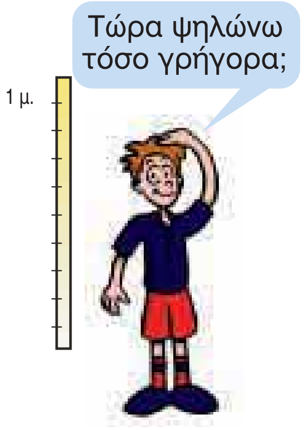
ΜΕΤΡΑΜΕ ΜΕ ΑΚΡΙΒΕΙΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Γιατί χρησιμοποιούμε τους δεκαδικούς αριθμούς;

- Πόσο ψήλωσε ο Οδυσσέας από τον Ιανουάριο του 1992 ως το Σεπτέμβριο του 1994;

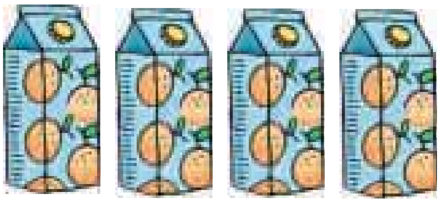


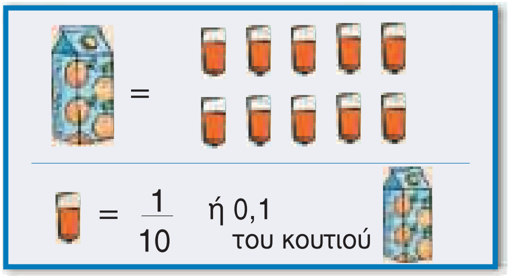


Περίπου:	Υπολογίζω με ακρίβεια: ....

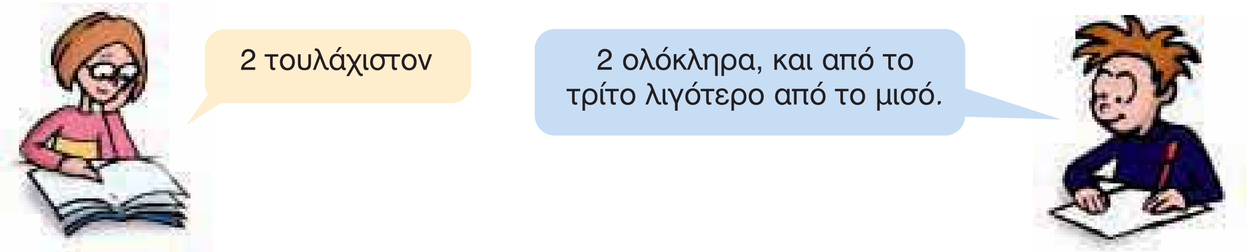
Εργασίες

1. Τα 24 παιδιά της τάξης κάνουν πάρτι και έχουν αγοράσει 4 κουτιά χυμό πορτοκάλι:



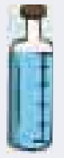


Κάθε παιδί παίρνει από ένα ποτήρι χυμό. Πόσα κουτιά θα χρειαστούν;



- Ποιο παιδί δίνει πιο ακριβή απάντηση; Εξηγώ: ....
- Αν κάθε παιδί πιει 2 ποτήρια πορτοκαλάδα, πόσα κουτιά πορτοκαλάδας πρέπει να αγοράσουν για το πάρτι;

2. Αν το μπουκάλι γεμίζει με:


= **1.000 σταγόνες** **ή** **100 κουταλάκια** **ή** **10 ποτηράκια**

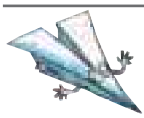
Τότε: = δύο δέκατα ή $\frac{2}{10}$ ή **0,** .... του μπουκαλιού.

= τρία εκατοστά ή $\frac{3}{100}$ ή ...., ... του μπουκαλιού.

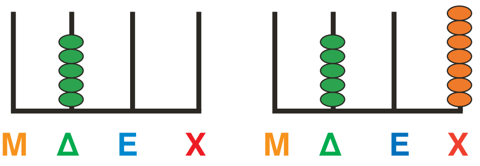
= πέντε χιλιοστά ή $\frac{5}{1.000}$ ή ...., ... του μπουκαλιού.

- Το μισό μπουκάλι του ενός λίτρου περιέχει:

.... δέκατα ή ...., ... του λίτρου.
.... εκατοστά ή ...., ... του λίτρου.
.... χιλιοστά ή ...., ... του λίτρου.


Ο Φλαμανδός μαθηματικός, μηχανικός και αρχιτέκτονας Σίμον Στεβάιν (1548-1620), πατέρας της νεότερης στατιστικής, επινόησε τους δεκαδικούς αριθμούς ως νέα μέθοδο γραφής των κλασματικών αριθμών. Τους παρουσίασε στο βιβλίο του «*Το Δέκατο*» το 1585.

3. α) Ποιος είναι ο αριθμός που εκφράζει με μεγαλύτερη ακρίβεια το βάρος του δέματος που ταχυδρόμησε ο Λευτέρης;



Μ= 1 κιλό

β) Τοποθετώ τους αριθμούς στον πίνακα:

ακέραιο μέρος ⟵ ⟶ δεκαδικό μέρος

ΜΟΝΑΔΕΣ

Ε 100	Δ 10	Μ 1	δ $\frac{1}{10}$	ε $\frac{1}{100}$	χ $\frac{1}{1000}$

γ) Κάθε δέμα κοστολογείται με βάση το βάρος του:

- 251-500 γραμμ. **:** κόστος 1.20 λ.
- 500-750 γραμμ. **:** κόστος 1.80 λ.

Πόσο θα πληρώσει ο Λευτέρης;

δ) Συζητάμε στην τάξη πότε μας ενδιαφέρει η ακρίβεια στη μέτρηση.

Συμπέρασμα

Χρησιμοποιούμε τους ***δεκαδικούς αριθμούς*** *και τα* ***δεκαδικά κλάσματα*** *για να μετρήσουμε με ακρίβεια. Παραδείγματα:*

- *1 λίτρο αμόλυβδης βενζίνης κοστίζει 0,964€.*
- *Η δοσολογία που πρότεινε ο γιατρός είναι: 2 κουταλάκια σιρόπι ή* $\frac{2}{100}$ *του λίτρου.*

9 Αξία θέσης ψηφίων στους δεκαδικούς αριθμούς

ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ ΣΕ ΟΜΑΔΕΣ

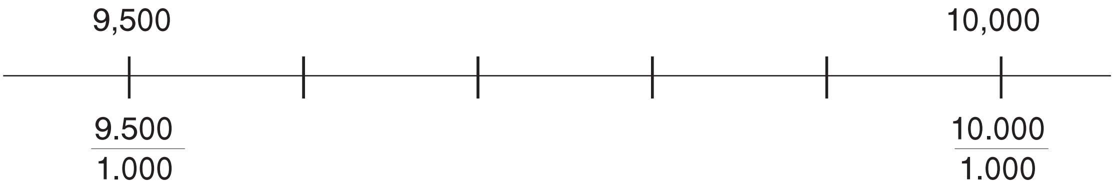
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς συγκρίνω δεκαδικούς αριθμούς;

Η Νεφέλη και η Νάνση παρακολουθούν στην τηλεόραση καλλιτεχνικό πατινάζ που τους αρέσει πολύ. Τους έκαναν εντύπωση οι βαθμολογίες:

- Το ζευγάρι από τον Καναδά πήρε 9,850 βαθμούς.
- Το ζευγάρι από την Αυστρία πήρε 9,760 βαθμούς.
- Το ζευγάρι από τη Ρωσία πήρε μια βαθμολογία που βρίσκεται ανάμεσα στις βαθμολογίες των άλλων δύο ζευγαριών. Ποια μπορεί να ήταν η βαθμολογία του;

Δείχνω στην αριθμογραμμή τις 3 βαθμολογίες:

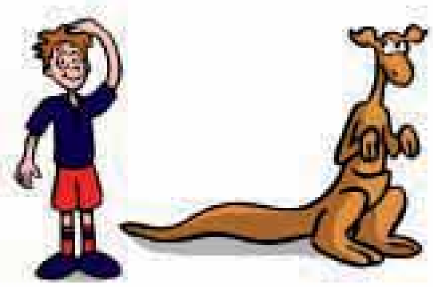


Συζητάμε στην τάξη τις λύσεις που δώσαμε, καταγράφουμε τις βαθμολογίες που πήραν τα τρία ζευγάρια και τις κατατάσσουμε στις τρεις θέσεις.

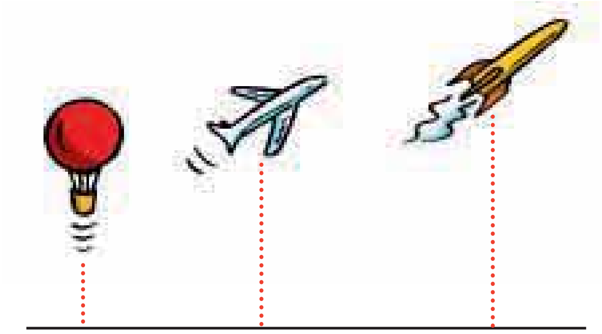
Ποιο ζευγάρι ήρθε πρώτο; ....

Εργασίες

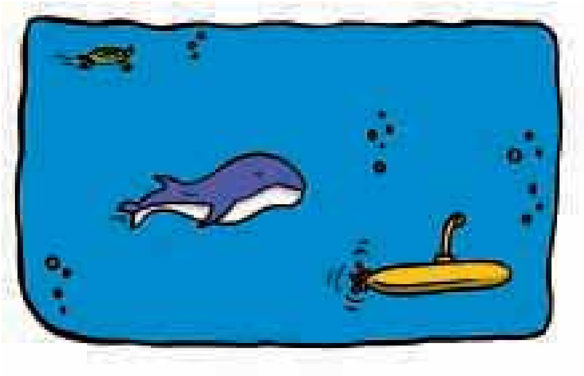
1. Παρατηρώ και γράφω έναν αριθμό που βρίσκεται ανάμεσα στους άλλους δύο.



- 1,5 τόνοι <...........< 1,6 τόνοι.
- 46,750 κ. <...........< 47 κ.
- 1,65 μ. >........... > 1,6 μ.



- 0,975 χμ. <...........< 6,042 χμ.



- 1,30 μ. <...........< 150,050 μ.

Σε καθεμιά από τις παραπάνω περιπτώσεις μπορώ να προτείνω περισσότερους από έναν αριθμούς;

Εξηγώ:

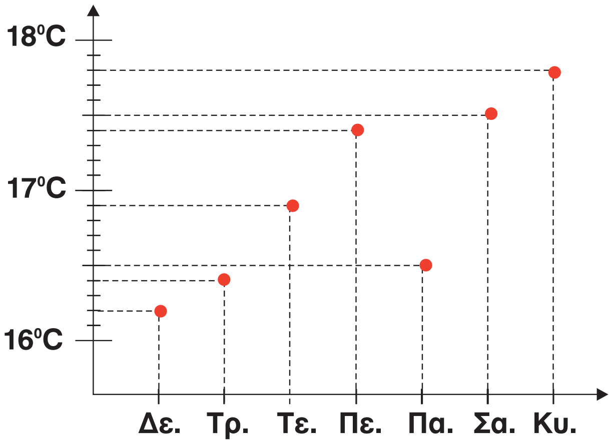
2. Παρατηρώ το γράφημα με τη μέση θερμοκρασία κάθε ημέρας της εβδομάδας.

- Ποια ήταν η πιο ζεστή ημέρα; ....
- Ποια ήταν η πιο κρύα ημέρα; ....
- Υπολογίζω πόση ήταν η διαφορά τους:

....

Κοιτάζοντας το γράφημα, πόσα δέκατα της θερμοκρασίας είναι η διαφορά ανάμεσα στις δύο ημέρες; ....

....



3. Σπαζοκεφαλιά! Έχω στο νου μου έναν αριθμό που:

- είναι ανάμεσα στο 1,5 και στο 2,5.
- έχει 3 δεκαδικά ψηφία.
- είναι πολλαπλάσιο του 0,025.

Συμπέρασμα

*Όταν **συγκρίνουμε αριθμούς με δεκαδικά ψηφία**, ξεκινάμε να συγκρίνουμε τα ψηφία που βρίσκονται **από αριστερά, στις ακριβώς αντίστοιχες θέσεις.***
Παράδειγμα: • 9,850 κιλά > 9,225 κιλά, γιατί 9=9 και 8>2.

10 Προβλήματα με δεκαδικούς

ΣΤΟ ΛΟΥΝΑ ΠΑΡΚ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς υπολογίζουμε γρήγορα με δεκαδικούς αριθμούς;

1. Πόσους γύρους στο αγαπημένο τους παιχνίδι μπορούν να κάνουν:

- η Ζωή στη ρόδα;

Εκτιμώ περίπου: ....

Υπολογίζω με ακρίβεια:

- ο Γιάννης και η αδερφή του;

Εκτιμώ περίπου: .... στο τρενάκι.
.... στα συγκρουόμενα.

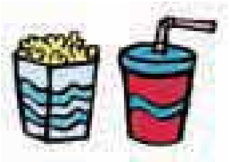
Υπολογίζω με ακρίβεια:

- Πόσα χρήματα θα τους περισσέψουν;

Στη Ζωή: ....

Στο Γιάννη και στην αδερφή του: ....

2. Αν ήθελαν όμως να αγοράσουν από ένα ποπκόρν και ένα αναψυκτικό, πόσους γύρους θα μπορούσαν να κάνουν;



1,05€ 0,75€

Εξηγώ:

- Η Ζωή; ....
- Ο Γιάννης και η αδερφή του; ....

Εργασία

Παρατηρώ το αριθμητικό μοτίβο και συμπληρώνω τους επόμενους 3 όρους.

	με εκτίμηση	με ακρίβεια	η διαφορά στον υπολογισμό είναι
1ος 0,9 + 0,99 ή $\frac{9}{10} + \frac{99}{100}$	1 + 1 = 2	1,89	2 - 1,89 = 0,11
2ος 0,8 + 0,99 ή $\frac{8}{10} + \frac{99}{100}$	1 + 1 = 2	....	....
3ος 0,7 + 0,99 ή $\frac{7}{10} + \frac{99}{100}$	....	....	....
4ος	....	....	....
5ος	....	....	....
6ος	....	....	....
Ποιος θα είναι ο 9ος όρος; .... + ... ή —— + ——	....	....	....

Συζητάμε στην τάξη τις λύσεις που δώσαμε.

Συμπέρασμα

*Σε καθημερινά προβλήματα **εκτιμούμε γρήγορα ένα αποτέλεσμα** όταν αντικαταστήσουμε τους **δεκαδικούς αριθμούς** που έχουμε με άλλους που έχουν την ίδια περίπου αξία, αλλά μας **διευκολύνουν στους υπολογισμούς**.*

Παράδειγμα: →

3,76 + 1,12

4 + 1 = 5

3,80 + 1,10 = 4,90

3,5 + 1 = 4,5

11 Η έννοια της στρογγυλοποίησης

ΣΤΟ ΕΣΤΙΑΤΟΡΙΟ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Οι υπολογισμοί με ακρίβεια είναι πάντα απαραίτητοι;

Στα γενέθλια του παππού του, ο Οδυσσέας έφαγε με όλη την υπόλοιπη οικογένεια σε ένα εστιατόριο. Ο λογαριασμός ήταν 89,45 ευρώ. Ο παππούς πλήρωσε με ένα χαρτονόμισμα των 100 ευρώ και κράτησε 10 ευρώ από τα ρέστα.

- Πόσα ευρώ είναι το φιλοδώρημα; Βάζω ✔ στο σωστό:

- Λιγότερα από 1€ ☐   - Ακριβώς 1€ ☐   - Περισσότερα από 1€ ☐

Ο παππούς εξήγησε στον Οδυσσέα πώς κάνουμε **στρογγυλοποίηση** καθημερινά με παράδειγμα:

- Αν έχεις 10,19 €, τότε το 19 το υπολογίζεις **γρήγορα** 20 → 10,20 €.
- Αν έχεις $1\frac{54}{100}$ €, τότε τα $\frac{54}{100}$ τα υπολογίζεις **γρήγορα** $\frac{50}{100}$ → 1,50 €.

Υπολογίζω με ακρίβεια:

89,45€ + ☐ = 100€

Άρα, το φιλοδώρημα ήταν .... €.

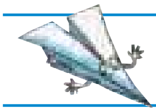
- Αν αγόραζαν μια τούρτα για τον παππού που κόστιζε 17,80 € το κιλό, πόσο θα πλήρωναν;

1,5 κιλό

Εκτιμώ: .... €   Εξηγώ πώς σκέφτηκα.

Υπολογίζω με ακρίβεια πόσο κοστίζει η τούρτα. Ελέγχω τους υπολογισμούς με

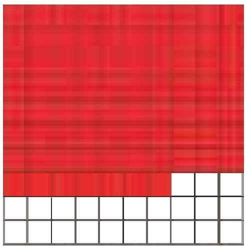
Πόση είναι η διαφορά στην εκτίμηση που έκανα και στον ακριβή υπολογισμό;



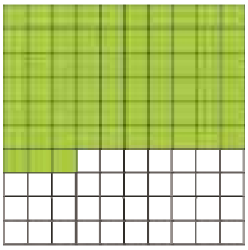
Τη διαφορά ανάμεσα στην εκτίμηση που έκανα και στον ακριβή υπολογισμό την ονομάζουμε **σφάλμα**.

Εργασίες

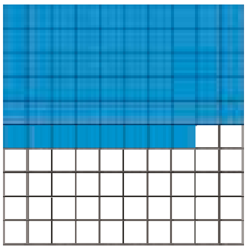
1. Εκφράζουμε το χρωματισμένο μέρος κάθε επιφάνειας με ένα στρογγυλό (στις δεκάδες) αριθμό.



Είναι περίπου $\frac{80}{100}$ ή 0,80 γιατί το 77 είναι πολύ κοντά στο 80 ή το 0,77 έχει περίπου την ίδια αξία με το 0,80.



Είναι περίπου $\frac{....}{100}$ ή ...,... γιατί το .... είναι πολύ κοντά στο .... ή το 0,.... έχει περίπου την ίδια αξία με το 0,....



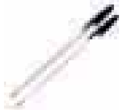
Είναι περίπου $\frac{....}{100}$ ή ...,... γιατί ....
....
....
....

2. Διαβάζουμε την παρακάτω εργασία και βρίσκουμε αν υπάρχουν λάθη:

«Η Νεφέλη υπολόγισε γρήγορα στρογγυλοποιώντας:

Βιβλίο: 13,78 €

Χάρτης: 7,49 €



Στιλό: 2 x 2,45 €

13,78 € → ....
7,49 € → ....
2 x 2,45 € → 2 x ....

- Το 13,78 το υπολόγισε γρήγορα ..... γιατί ....
  Η διαφορά (σφάλμα) της στρογγυλοποίησης από το πραγματικό κόστος είναι ....
- Το 7,49 το υπολόγισε γρήγορα ..... γιατί ....
  Η διαφορά (σφάλμα) της στρογγυλοποίησης από το πραγματικό κόστος είναι ....
- Το 2,45 το υπολόγισε γρήγορα ..... γιατί ....
  Η διαφορά (σφάλμα) της στρογγυλοποίησης από το πραγματικό κόστος είναι ....»

Συμπέρασμα ***Στην καθημερινή μας ζωή δεν είναι πάντα απαραίτητο να κάνουμε υπολογισμούς με ακρίβεια***. *Υπάρχουν περιπτώσεις που η* ***στρογγυλοποίηση*** *των αριθμών μάς βοηθάει να εκτιμήσουμε γρήγορα ένα αποτέλεσμα.* ***Συνήθως η διαφορά ανάμεσα στον ακριβή υπολογισμό και στην εκτίμηση (σφάλμα) δεν είναι σημαντική.***
Παράδειγμα: 1 λίτρο βενζίνη: 0,999 €. Το 1 λίτρο κοστίζει ουσιαστικά 1 €.
Πόσο κοστίζουν 15 λίτρα; Άρα, τα 15 λίτρα κοστίζουν 15 €.

12 Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών

ΣΤΗΝ ΚΑΛΛΟΝΗ ΤΗΣ ΛΕΣΒΟΥ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πού χρησιμοποιούμε τον πολλαπλασιασμό δεκαδικών αριθμών στην καθημερινή μας ζωή;

Από παλιά οι άνθρωποι είχαν βρει τρόπους για να συντηρούν διάφορα προϊόντα με φυσικές μεθόδους.
Παραδείγματα: λιαστές ντομάτες, αποξηραμένες σταφίδες ή σύκα, παστά ψάρια.

Συζητάμε στην τάξη:
Τι γνωρίζουμε για τα διάφορα Ε που αναγράφονται στις συσκευασίες;

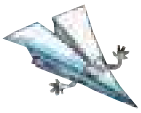
- Υπολόγισε σωστά ο ψαράς; Ναι ☐ Όχι ☐

- Υπολογίζω με ακρίβεια πόσο πρέπει να πληρώσει ο παππούς:

12,5 κιλά x 0,80 €
(12 x 80 λ.) + (0,5 x 80 λ.)

.... λ. + ... λ.

.....................€



Όταν πολλαπλασιάζουμε δεκαδικούς με ακέραιο ή δεκαδικό αριθμό, πολλαπλασιάζουμε όπως στους ακέραιους! Η υποδιαστολή στο αποτέλεσμα τοποθετείται από δεξιά προς τα αριστερά **τόσα δεκαδικά ψηφία όσα έχουν συνολικά** ο πολλαπλασιαστής και ο πολλαπλασιαστέος.

Υπολογίζω με ακρίβεια:

- με κάθετη πράξη

```
  Δ Μ δ
  1 2, 5
x   0, 8
---------
.........
---------
 ...,00 €
```

- με ιδιότητες των πράξεων

α΄ τρόπος
12,5 x 0,80 =
12,5 x (1 – 0,20) =
(12,5 x 1)   (12,5 x 0,20)
25 x 0,10
12,5 – 2,5
....................€

ή β΄ τρόπος
12,5 x 0,80 =
25 x 0,40 =
50 x 0,20 =
100 x 0,10 =
................€

Πόσο διαφέρει η εκτίμηση του ψαρά από τον ακριβή υπολογισμό της τιμής; ....

Για να αγοράσουμε ψάρια αξίας 20 €, πόσα κιλά θα πάρουμε;

Εργασίες

1. Αν 10 κιλά πατάτες κοστίζουν 9,80 €, πόσο κοστίζουν:

- 100 κιλά; ....
- 200 κιλά; ....
- 1.000 κιλά; ....
- 2.000 κιλά; ....

Ελέγχουμε . Συζητάμε στην τάξη για τα αποτελέσματα.

2. Παρατηρώ προσεκτικά, υπολογίζω με το νου και συμπληρώνω τον πίνακα:

x	10	100	1.000
980			
9,8			
0,98	9,8	98	

Επαληθεύω με:

- κάθετο πολλαπλασιασμό
-
- ιδιότητες πράξεων

x	2	20	0,2	0,02
0,35			0,070	0,0070
7,5				

Συμπέρασμα

- ***Για να πολλαπλασιάσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1.000*** *κτλ. μεταφέρουμε την υποδιαστολή του αντίστοιχα 1, 2, 3 κτλ. θέσεις πιο δεξιά. Όπου χρειάζεται, προσθέτουμε μηδενικά. Παραδείγματα: • 10 x 2,9 = 29 • 100 x 2,9 = 290.*
- *Μπορώ να υπολογίσω το* ***γινόμενο δύο αριθμών αν διπλασιάσω τον έναν και υποδιπλασιάσω συγχρόνως τον άλλο****. Παράδειγμα: 1,25 x 16 = 2,5 x 8 = 5 x 4 = 20.*

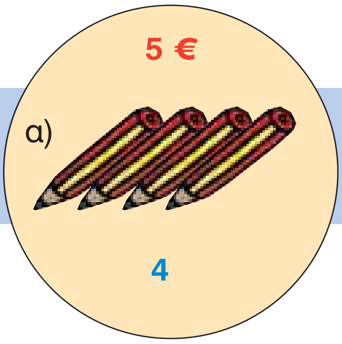
13 Διαίρεση ακεραίου με ακέραιο με πηλίκο δεκαδικό αριθμό

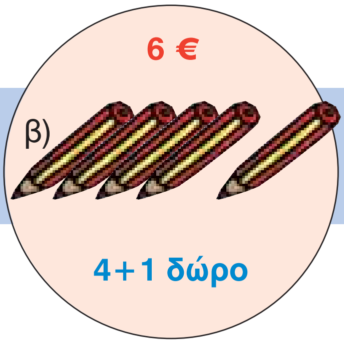
Η ΠΡΟΣΦΟΡΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς μπορώ να χωρίσω το 5 σε 4 ίσα μέρη;

Πόσο κοστίζει το μολύβι σε κάθε συσκευασία;

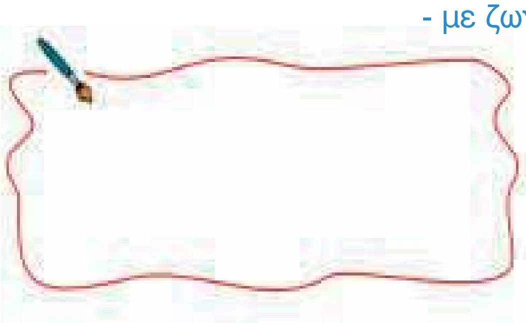


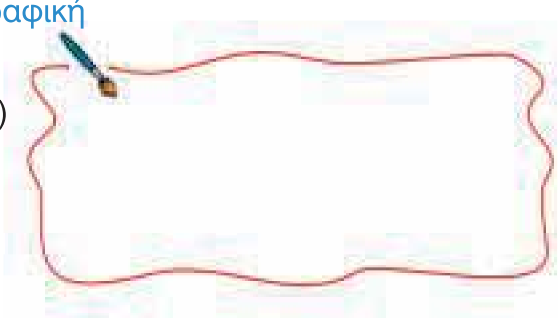


Εκτιμώ: Περίπου ...... € Περίπου ...... €

Συζητάμε στην τάξη τρόπους για να επαληθεύσουμε τις εκτιμήσεις μας.

- με ζωγραφική

α) 

β) 

- με κάθετη πράξη

1. Το 4 χωράει στο 5 μία (1) φορά και μένει υπόλοιπο 1.
2. Επειδή το 4 δε χωράει στο 1, μετατρέπω το 1 σε 10 δέκατα και συγχρόνως βάζω υποδιαστολή στο πηλίκο.
3. Το 4 στα 10 δέκατα χωράει 2 φορές και μένει υπόλοιπο 2 δέκατα.
4. Επειδή το 4 δε χωράει στο 2, μετατρέπω τα 2 δέκατα σε 20 εκατοστά.
5. Το 4 στο 20 χωράει 5 φορές ακριβώς.

```
  5  | 4
– 4  |-----
 ---   1,25
 10
– 8
 ---
 20
–20
 ---
  0
```

```
  6  | 5
     |-----
```

- Επαληθεύουμε με πολλαπλασιασμό και με

Άρα, πιο φτηνό είναι το μολύβι της .... συσκευασίας.

- Αν μια συσκευασία με 10 μολύβια κοστίζει 9 €, πόσο κοστίζει το 1 μολύβι;

- Εκτιμώ: περίπου .... €

- Υπολογίζω με ακρίβεια:

Διαιρετέος	Διαιρέτης / Πηλίκο
9	10
-0	
90	0,....

- Αν ο περιπτεράς της γειτονιάς αγόρασε 100 μολύβια και πλήρωσε 90 €, ποια είναι η τιμή του ενός μολυβιού;

- Εκτιμώ: περίπου .... €

Υπολογίζω με ακρίβεια:

Εργασία

Συμπληρώνω τον πίνακα.

	:2	:10	:20	:100	:200	:1.000
80 €	40 €	8 €	4 €	0,8 €	0,4 €	0,08 €
200 €	100 €					
42 €						

Συζητάμε στην τάξη τις παρατηρήσεις μας.

Συμπέρασμα

*Υπολογίζω **το αποτέλεσμα μιας διαίρεσης** με μεγαλύτερη ακρίβεια ως εξής:*

- *Αν αφήνει **υπόλοιπο**, **βάζω υποδιαστολή στο πηλίκο**, προσθέτω το ψηφίο 0 στο υπόλοιπο μετατρέποντάς το σε δέκατα, και συνεχίζω τη διαίρεση.*
- *Αν ο διαιρέτης **δε χωράει** στο διαιρετέο, **βάζω 0 στο πηλίκο και υποδιαστολή**, μετατρέπω το διαιρετέο σε δέκατα και συνεχίζω τη διαίρεση.*

Επαναληπτικό 2

Κεφάλαια 7-13

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

1) Να διαβάζω και να δηλώνω με δεκαδικά κλάσματα την ποσότητα που εκφράζουν οι δεκαδικοί αριθμοί.

- 1,2 εκφράζει: .... μονάδα και .... της μονάδας ή $1\frac{2}{.....}$
- 3,05 εκφράζει: .... μονάδες και .... της μονάδας ή $3\frac{.....}{.....}$
- 1,001 εκφράζει: .... μονάδα και .... της μονάδας ή $1\frac{.....}{.....}$

2) Να βρίσκω κι άλλους δεκαδικούς αριθμούς ή κλάσματα που εκφράζουν την ίδια ποσότητα.

Συμπληρώνω τον πίνακα:

με δεκαδικό αριθμό	με δεκαδικά κλάσματα
0,7 = ...,.... = ...,....	$\frac{7}{10} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$
2,9 = ...,.... = ...,....	$\frac{29}{10} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$

3) Να συμπληρώνω τα ψηφία που λείπουν, ώστε να ισχύουν οι ανισότητες.

- 3,1 < 3,□□ < 3,□□2
- 32,□1 > □9,□□ > 29,735

4) Να δείχνω στην αριθμογραμμή τους αριθμούς.

5 x 0,25 = □ 18 : 10 = □ 10 x 0,09 = □

5) Να λύνω προβλήματα με εκτίμηση και ακρίβεια.

- Αν το έχει 20 μπισκότα και κοστίζει 3,75 €, πόσα κουτιά μπορώ ν' αγοράσω με 10 €; Εκτιμώ: .... Υπολογίζω με ακρίβεια: ....

  Πόσα ρέστα θα πάρω; Εκτιμώ: .... Υπολογίζω με ακρίβεια: ....

- Ποια ανθοδέσμη κοστίζει περισσότερο;

  - 1η ανθοδέσμη: • 20 μαργαρίτες • 5 τουλίπες
  - 2η ανθοδέσμη: • 5 τουλίπες • 5 τριαντάφυλλα • 9 ζέρμπερες

  1 μαργαρίτα = 1,05 €
  1 τουλίπα = 1,85 €
  1 τριαντάφυλλο = 2,90 €
  1 ζέρμπερα = 2,45 €

  Εκτιμώ:
  1η ....
  2η ....

  Υπολογίζω με ακρίβεια:

- Ποια συσκευασία είναι πιο οικονομική;

  15 κιλά
  19 €

  9 κιλά
  8 €

  Εκτιμώ:
  Υπολογίζω με ακρίβεια:

Καταγράφω την προσωπική μου άποψη για τα κεφάλαια 7-13.

- Μου έκανε εντύπωση:
  ....
  ....
- Με δυσκόλεψε πιο πολύ:
  ....
  ....
- Έμαθα πολύ καλά:
  ....
  ....

6) Να φτιάχνω προβλήματα.

Φτιάχνουμε με την ομάδα μας ένα πρόβλημα για την τράπεζα εργασιών της τάξης που να ικανοποιεί την παρακάτω προϋπόθεση:

Να λύνεται με πολλαπλασιασμό ή διαίρεση. Να μπορεί να λυθεί με εκτίμηση, χωρίς να είναι απαραίτητο να κάνουμε ακριβή υπολογισμό.

14 Γρήγοροι πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις με 10, 100, 1.000

ΔΙΑΒΑΖΟΥΜΕ ΤΟΝ ΑΤΛΑΝΤΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

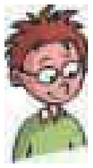
Πόσες φορές πρέπει να πάρουμε το 1/10 για να έχουμε 10 μονάδες;
Πώς πολλαπλασιάζουμε γρήγορα δεκαδικούς αριθμούς;

Στις δραστηριότητες της Ευέλικτης Ζώνης τα παιδιά έκαναν σχέδιο εργασίας σχετικά με την Ευρωπαϊκή Ένωση. Οι αριθμοί που οδήγησαν την τάξη σε συζητήσεις ήταν:

Για τα 25 κράτη-μέλη της Ευρωπαϊκής Ένωσης (2003):

- **πληθυσμός:** 453 εκατ. 685 χιλιάδες ή 453.685.000
- **ετήσια αύξηση ορίου ηλικίας:**
  άντρες: 0,3 χρόνια γυναίκες: 0,2 χρόνια
- **ετήσια αύξηση πληθυσμού:** 1 εκατ. 403 χιλ. ή 1,403 εκατ.
- **μαθητές/σπουδαστές:** 74 εκατ. 300 χιλ. ή 74,3 εκατ.
- **ετήσια μείωση πληθυσμού κάτω των 19 ετών:** 1 εκατ. ή 1,0 εκατ.
- **ποσοστό ανέργων:** $\frac{1}{10}$ του συνολικού πληθυσμού.

- Ποιος από τους παραπάνω αριθμούς που βρήκαν τα παιδιά ήταν:
  - ο μεγαλύτερος; ....Τι αντιπροσωπεύει; ....
  - ο μικρότερος; ....Τι αντιπροσωπεύει; ....
- Ποιος αριθμός σας έκανε εντύπωση; ....
- Σύμφωνα με τα παραπάνω δεδομένα, πόση θα είναι η αύξηση του πληθυσμού από το 2003 έως το 2013 (δηλαδή τα επόμενα 10 χρόνια) αν ο πληθυσμός αυξάνεται με τον ίδιο ρυθμό κάθε χρόνο; Εκτιμώ περίπου:



Θα υπολογίσω με ακρίβεια με τη βοήθεια του πίνακα.

1.403.000
x 10
14.030.000

ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΧΙΛΙΑΔΕΣ			ΜΟΝΑΔΕΣ		
Ε 100.000.000	Δ 10.000.000	Μ 1.000.000	Ε 100.000	Δ 10.000	Μ 1.000	Ε 100	Δ 10	Μ 1

1,403 εκατ.
x 10
14,03 εκατ.

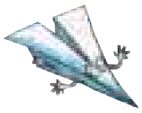
Σε 100 χρόνια:

1.403.000
x 100
....

ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΧΙΛΙΑΔΕΣ			ΜΟΝΑΔΕΣ		
Ε 100.000.000	Δ 10.000.000	Μ 1.000.000	Ε 100.000	Δ 10.000	Μ 1.000	Ε 100	Δ 10	Μ 1

1,403 εκατ.
x 100
....

Σύντομος πολλαπλασιασμός και διαίρεση δεκαδικών με 10, 100, 1.000. Στρογγυλοποίηση/βαθμός σφάλματος.



Αν πολλαπλασιάσω έναν ακέραιο αριθμό με το 10 ή το 100, απλά προσθέτω στο τέλος του αριθμού ένα ή δύο μηδενικά. Αν πολλαπλασιάσω ένα δεκαδικό αριθμό με το 10 ή το 100, απλά μεταφέρω την υποδιαστολή του μία ή δύο θέσεις δεξιά.

- Ποιος είναι ο αριθμός των ανέργων για το 2003;

Είναι άνεργοι το $\frac{1}{10}$ του συνολικού πληθυσμού, δηλαδή:

453.685.000 : 10 ή 453.685.00~~0~~ = ...

ή 453,685 εκατ. : 10 = ... εκατ.

- Βάζουμε **Σ** (σωστό) ή **Λ** (λάθος) σε κάθε πρόταση.
  Εξηγούμε πώς σκεφτήκαμε.

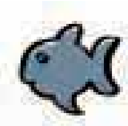
- Ο πληθυσμός της Ε.Ε. το 2003 ήταν κατά προσέγγιση 450 εκατ. ☐
- Ο πληθυσμός της Ε.Ε. το 2003 ήταν κατά προσέγγιση 453,7 εκατ. ☐
- Το όριο ηλικίας των αντρών θα αυξηθεί κατά 3 χρόνια την επόμενη δεκαετία. ☐
- Το όριο ηλικίας των γυναικών θα αυξηθεί κατά 20 χρόνια την επόμενη δεκαετία. ☐
- Το 2103 τα άτομα κάτω των 19 ετών θα έχουν μειωθεί κατά 100,0 εκατ. ☐

Εργασία

Παρατηρώ προσεκτικά την εικόνα.

9,74 € το κιλό

11,50 € το κιλό



13,80 € το κιλό

- Πόσο κοστίζουν τα 100 γραμμ. κάθε προϊόντος;

Με εκτίμηση:

Με ακρίβεια:

- Πόσο κοστίζουν τα 1.100 γραμμ. κάθε προϊόντος;

Συμπέρασμα

*Για να **διαιρέσουμε** γρήγορα έναν αριθμό **με 10**, **100**, **1.000**, μεταφέρουμε αντίστοιχα **την υποδιαστολή 1, 2 ή 3 θέσεις**, **αριστερά**.*

Παραδείγματα:

- *35.880 : 10 = 3.588,0.*
- *35.880 : 100 = 358,8.*
- *453,68 : 10 = 45,368.*
- *9,74 : 10 = 0,974.*

15 Αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα
$\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1.000}\right)$

ΦΙΛΟΤΕΛΙΣΜΟΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς βρίσκουμε το 1 αν ξέρουμε το $\frac{1}{10}$;

Ο Οδυσσέας συλλέγει γραμματόσημα. Έχει στο άλμπουμ του 180 γραμματόσημα. Τα $\frac{4}{10}$ του συνόλου των γραμματοσήμων είναι εξωτερικού.

- Πόσα είναι τα $\frac{4}{10}$ όλων των γραμματοσήμων;
- Πόσα είναι τα ξένα γραμματόσημα;
- Πόσα είναι τα ελληνικά γραμματόσημα;

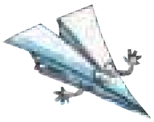
Είναι εύκολο: Θα βρω πόσα γραμματόσημα είναι τα $\frac{4}{10}$ του συνόλου των γραμματοσήμων αν βρω πόσα είναι το $\frac{1}{10}$ αυτών.

- Το $\frac{1}{10}$ του 180 = 180 : 10 = ... γραμματόσημα.

- Υπολογίζω
  - τα ξένα γραμματόσημα: $\frac{4}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$ ή $4 \times \frac{1}{10}$ = ...
  - τα ελληνικά γραμματόσημα: ....

- Οργανώνω τις πληροφορίες σε πίνακα.

Όλα	Ένα δέκατο	Είναι ξένα	Ελληνικά είναι $\frac{...}{10}$
$\frac{10}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{.....}{.....}$	$\frac{.....}{.....}$
180	......	ή	ή ....



Αν θέλω να βρω το δεκαδικό μέρος μιας ποσότητας, μπορώ να κάνω αναγωγή στη **δεκαδική κλασματική μονάδα**. Παράδειγμα: για να βρω το $\frac{1}{10}$ του 50, υπολογίζω **50 : 10 = 5.**

Τα $\frac{4}{10}$ του 50 είναι $(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10})$ του 50 ή $4 \times (\frac{1}{10}$ του 50$) = 4 \times 5 = 20$.

Εργασίες

1. Ποιο κορίτσι αγόρασε πιο οικονομικά τον καφέ;

Νάνση, για τα 0,4 κ. καφέ έδωσα 4,80 €.

Εγώ, Ζωή, για 0,7 κ. ίδιου καφέ έδωσα 7,70 €.

Εκτιμώ: Η Ζωή ☐ Η Νάνση ☐

Στρατηγικές επίλυσης προβλήματος: Αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα (έννοια και υπολογισμός).

- Με ποιον τρόπο μπορούμε να επαληθεύσουμε την εκτίμησή μας;

Για να συγκρίνουμε, θα πρέπει να ξέρουμε πόσο κοστίζει **σε κάθε περίπτωση η ίδια ποσότητα καφέ**.

Τι είναι πιο εύκολο να βρούμε: πόσο κοστίζει το 1 κιλό ή τα 100 γραμμ. ($\frac{1}{10}$ του κιλού);

Συζητάμε στην τάξη ποιες άλλες στρατηγικές μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για να επαληθεύσουμε τις εκτιμήσεις μας.

- Υπολογίζουμε με ακρίβεια πόσο κοστίζει το 1 κιλό καφές στην πρώτη περίπτωση:

Τα $\frac{4}{10}$ του κιλού κοστίζουν 4 € 80 λ.

Το $\frac{1}{10}$ του κιλού κοστίζει 4 € : 4 = ...

80 λ. : 4 =........

Δηλαδή το 1 κιλό κοστίζει ....€.

- Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε πόσο κοστίζει το 1 κιλό καφές στη δεύτερη περίπτωση:

Τα $\frac{...}{10}$ του κιλού κοστίζουν: ....

Το $\frac{1}{10}$ του κιλού κοστίζει: ....

Δηλαδή το 1 κιλό κοστίζει ....€.

2. Το μήκος της διαδρομής που περπατάει κάθε μέρα ο κυρ Αναστάσης ο ταχυδρόμος είναι 2,5 χμ. περίπου. Σήμερα περπάτησε ολόκληρη τη διαδρομή και επιπλέον τα $\frac{4}{10}$ της καθημερινής διαδρομής του. Πόσα χιλιόμετρα περπάτησε συνολικά σήμερα;

Εκτιμώ:

Υπολογίζω με ακρίβεια:

Συμπέρασμα

Αν γνωρίζω το δεκαδικό μέρος μιας ποσότητας *και θέλω να βρω όλη την ποσότητα ή ένα άλλο δεκαδικό μέρος της,* ***μπορώ να κάνω αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα****. Παράδειγμα: Αν τα $\frac{4}{10}$ μιας ποσότητας είναι 32, πόσο είναι τα $\frac{9}{10}$ της ίδιας ποσότητας; Αφού τα $\frac{4}{10}$ είναι 32, τότε το $\frac{1}{10}$ είναι 32 :4=8. Άρα $\frac{9}{10}$ είναι 9 x 8 = 72.*

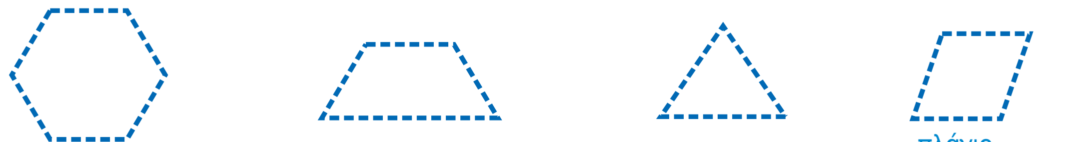
Κλασματικές μονάδες

ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΜΕ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Ποιο είναι μεγαλύτερο, το $\frac{1}{3}$ ή το $\frac{1}{6}$;

Κόβω τα γεωμετρικά σχήματα από το Παράρτημα στο τέλος του βιβλίου.



Με τον διπλανό μου συγκρίνουμε τα σχήματα που κόψαμε.
Τι σχέση έχουν μεταξύ τους;

- Τι σχέση έχει το εξάγωνο με το τραπέζιο;

2 τραπέζια φτιάχνουν 1 εξάγωνο, δηλαδή (τραπέζιο) = $\frac{1}{2}$ του (εξάγωνο) ή

$\frac{1}{2}$ του (εξάγωνο) + $\frac{1}{2}$ του (εξάγωνο) = $\frac{2}{2}$ (εξάγωνο) = 1 (εξάγωνο)

- Τι σχέση έχει το εξάγωνο με το πλάγιο παραλληλόγραμμο;

3 πλάγια φτιάχνουν 1 εξάγωνο, δηλαδή (πλάγιο) = $\frac{1}{3}$ του (εξάγωνο) ή

$\frac{....}{....}$ του (εξάγωνο) + $\frac{....}{....}$ του (εξάγωνο) + $\frac{....}{....}$ του (εξάγωνο) = $\frac{....}{....}$ (εξάγωνο) = ... (εξάγωνο)

- Τι σχέση έχει το εξάγωνο με το τρίγωνο;

....τρίγωνα φτιάχνουν 1 εξάγωνο, δηλαδή (τρίγωνο) = $\frac{....}{....}$ του (εξάγωνο) ή

$\frac{....}{....}$ του (εξάγωνο) + $\frac{....}{....}$ του (εξάγωνο) + $\frac{....}{....}$ του (εξάγωνο) + $\frac{....}{....}$ του (εξάγωνο) + $\frac{....}{....}$ του (εξάγωνο) + $\frac{....}{....}$ του (εξάγωνο)

= $\frac{6}{6}$ του (εξάγωνο) = (εξάγωνο) = 1 (εξάγωνο)

- Δοκιμάζω να φτιάξω το εξάγωνο χρησιμοποιώντας και τα τρία σχήματα (τραπέζιο, τρίγωνο, πλάγιο παραλληλόγραμμο).

Συζητάμε στην τάξη για τα αποτελέσματα των δοκιμών μας.

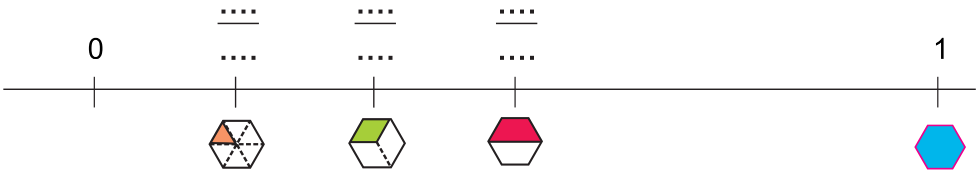
Σύγκριση-διάταξη κλασματικών μονάδων. Σύνθεση μονάδας αναφοράς. Χρήση ομώνυμων και ετερώνυμων.

- Γράφω με κλάσματα: $1 = \frac{....}{....} + \frac{....}{....} + \frac{....}{....}$

- Δοκιμάζω να φτιάξω το εξάγωνο χρησιμοποιώντας το τρίγωνο και το τραπέζιο.

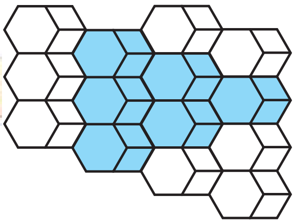
Συζητάμε στην τάξη για τα αποτελέσματα των δοκιμών μας.

- Γράφω με κλάσματα το συμπέρασμά μας: $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{....}{....} + \frac{....}{....}$
  Δείχνω στην αριθμογραμμή τα κλάσματα.

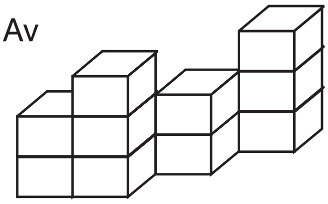


- Πώς θα φτιάξουμε με τα τρία γεωμετρικά σχήματα:
  • 2 ολόκληρες μονάδες και $\frac{2}{3}$ της μονάδας; •1 μονάδα και $\frac{5}{6}$ της μονάδας;

Εργασίες

1. 

Παρατηρώ το πλακόστρωτο.
Αν ⬡ = 1 μονάδα, τότε πώς θα εκφράσουμε με κλάσμα:
- τη χρωματισμένη επιφάνεια;
- ολόκληρη την επιφάνεια;

2. Αν  είναι το $\frac{1}{8}$ της κατασκευής των παιδιών, πόσοι κύβοι είναι:
- όλη η κατασκευή;
- η μισή κατασκευή;

Συμπέρασμα

*Η **κλασματική μονάδα** είναι ένας αριθμός που μας δείχνει **σε πόσα ίσα μέρη έχει χωριστεί μια ποσότητα**.*
Παράδειγμα: $\frac{1}{6}$ *του ⬡ σημαίνει ότι το εξάγωνο ⬡ έχει χωριστεί σε 6 ίσα μέρη.*
*Ανάμεσα σε δύο ή περισσότερες κλασματικές μονάδες που αναφέρονται στην **ίδια ποσότητα**, **μεγαλύτερη** είναι αυτή που έχει το **μικρότερο** παρονομαστή.*

Παράδειγμα: $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{6}$ *γιατί* ⬡ > ⬡ > ⬡

17 Ισοδύναμα κλάσματα

ΕΚΛΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ

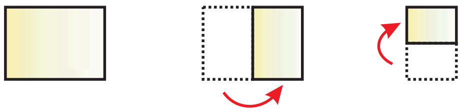
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Ποια κλάσματα είναι ισοδύναμα;

Τα παιδιά ετοιμάζονται για τις εκλογές που θα αναδείξουν το συμβούλιο της τάξης. Ο Μίλτος ανέλαβε να φτιάξει τα ψηφοδέλτια χρησιμοποιώντας σελίδες Α4.

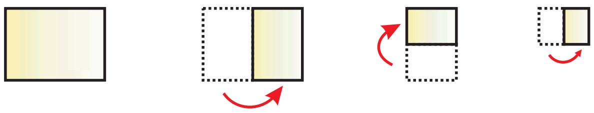
Δείχνω με διπλωμένο χαρτί ότι $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{4}{16}$

- Διπλώνω την **πρώτη σελίδα Α4** σύμφωνα με τα σκίτσα:



- Εκτιμώ: Σε πόσα ίσα μέρη χώρισα το χαρτί; .....

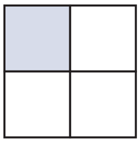
- Διπλώνω τη **δεύτερη σελίδα Α4** σύμφωνα με τα σκίτσα:



- Εκτιμώ: Σε πόσα ίσα μέρη χώρισα το χαρτί; .....

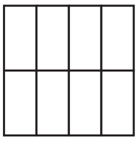
- Ανοίγω **και τις δύο σελίδες Α4**. Παρατηρώ τα μέρη της επιφάνειας. Ελέγχω την εκτίμησή μου. Παρατηρώ: το $\frac{1}{4}$ της πρώτης σελίδας με πόσα από τα 8 ίσα κομμάτια της δεύτερης σελίδας είναι ίσο;

Το $\frac{1}{4}$



1η σελίδα

χρωματίζω τα $\frac{...}{8}$



2η σελίδα

- Για τα 24 ψηφοδέλτια των παιδιών πόσες σελίδες Α4 θα χρειαστούν αν κάθε ψηφοδέλτιο είναι το $\frac{1}{8}$ της σελίδας Α4; ....

Εργασίες

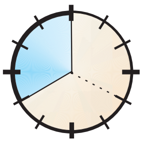
1. Η Νεφέλη μαθαίνει κιθάρα. Το Σαββατοκύριακο μελέτησε:

Σάββατο	$\frac{2}{3}$ της ώρας
Κυριακή	$\frac{8}{12}$ της ώρας

Πόση ώρα μελέτησε συνολικά;

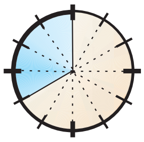
Θα υπολογίσω με λεπτά της ώρας αφού 1 ώρα = 60΄.

Η Νεφέλη μελέτησε:



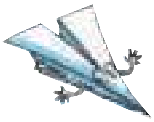
το Σάββατο

.... λ. ή $\frac{2}{3}$ της ώρας



την Κυριακή

.... λ. ή $\frac{8}{12}$ της ώρας



Τα κλάσματα με τον ίδιο παρονομαστή λέγονται ομώνυμα, ενώ τα κλάσματα με διαφορετικό παρονομαστή λέγονται ετερώνυμα. Τα ετερώνυμα κλάσματα μπορεί να είναι ισοδύναμα, να εκφράζουν δηλαδή το ίδιο μέρος μιας ποσότητας.

Παράδειγμα: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

Συνολικά διάβασε

- $\frac{...}{3}$ της ώρας + $\frac{...}{3}$ της ώρας = $\frac{...}{3}$ της ώρας ή .... λεπτά.

ή

- $\frac{...}{12}$ της ώρας + $\frac{...}{12}$ της ώρας = $\frac{...}{12}$ της ώρας ή .... λεπτά.

2. Ποιο παιδί έχει τα περισσότερα χρήματα; Εκτιμώ: ....

Εγώ έχω το $\frac{1}{6}$ των 246 €.

Εγώ έχω τα $\frac{2}{12}$ των 300 €.

Πόσα χρήματα χρειάζεται ακόμη κάθε παιδί για να έχει ακριβώς 100 €;

3. Ποια σχέση έχουν τα κλάσματα;

$\frac{1}{3}$ (x: ... / x ...) $\frac{2}{6}$ $\qquad$ $\frac{4}{200}$ (: ... / : ...) $\frac{2}{100}$

Επαληθεύω με τον : $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ και $\frac{4}{200} = \frac{2}{100}$

Συμπέρασμα

- *Τα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς όρους, αλλά εκφράζουν την ίδια ποσότητα λέγονται* ***ισοδύναμα****.*

Παραδείγματα: • $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = ... \frac{5}{10} = ... \frac{50}{100}$ • $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = ... \frac{18}{27} = ... \frac{200}{300}$

- *Για να βρω ισοδύναμα κλάσματα ενός κλάσματος:*

\- ***πολλαπλασιάζω και τους 2 όρους με τον ίδιο αριθμό****,* *και φτιάχνω ισοδύναμα κλάσματα με μεγαλύτερους όρους*

π.χ. $\frac{2}{3} \xrightarrow{\times 2} = \frac{4}{6}$ $\qquad$ $\frac{2}{3} \xrightarrow{\times 10} = \frac{20}{30}$

\- ***διαιρώ και τους 2 όρους του με τον ίδιο αριθμό*** *και φτιάχνω ισοδύναμα κλάσματα με μικρότερους όρους* ***(απλοποίηση)***

π.χ. $\frac{4}{6} \xrightarrow{:2} = \frac{2}{3}$ $\qquad$ $\frac{20}{30} \xrightarrow{:10} = \frac{2}{3}$

18 Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό

ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

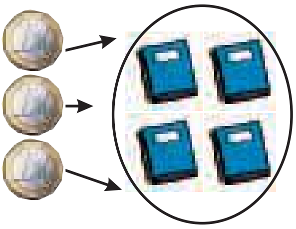
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Ποιος δεκαδικός αριθμός εκφράζει το $\frac{1}{3}$;

Η Μυρτώ αγόρασε 4 τετράδια κι έδωσε 3 €. Πόσο κοστίζει το 1 τετράδιο;

- Εκτιμώ: • Περισσότερο από ένα € ☐ • Λιγότερο από ένα € ☐

Θα βρω το $\frac{1}{4}$ των 3 €.
4:3 = 1 €
περίπου και κάτι.

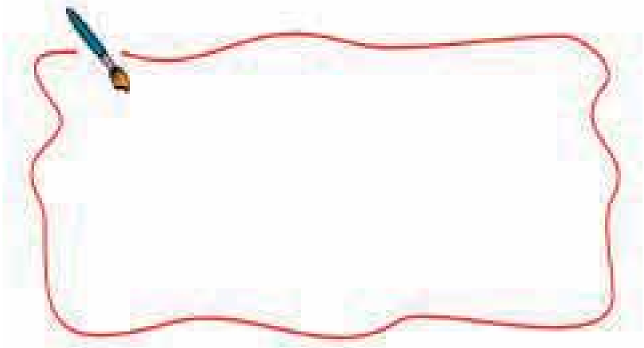


Θα βρω το $\frac{1}{4}$ των 3 €.
3:4 = λιγότερο
από 1 €.

- Με ποιο παιδί συμφωνώ; ....

Συζητάμε στην τάξη τρόπους για να βρούμε τη λύση.
Υπολογίζουμε με ακρίβεια και επαληθεύουμε τις εκτιμήσεις μας.

- Ζωγραφίζω τα χρήματα που κοστίζει 1 τετράδιο.

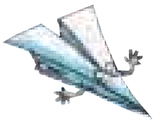


Μπορούμε
να κάνουμε τα 3€:
.... λεπτά.
Άρα, το ένα
τετράδιο κοστίζει
.... λ.: 4 =
.... λ.

- Επαληθεύω: 4 x ....=........€ ή 4 x .... λ.=....... λ.

- Αν η Μυρτώ αγόραζε 3 τετράδια που κόστιζαν συνολικά 4 €, πόσα χρήματα θα κόστιζε το ένα τετράδιο; Εκτιμώ: περίπου ....

Υπολογίζω με ακρίβεια ....



Όταν ο διαιρέτης είναι μεγαλύτερος από το διαιρετέο, τότε σίγουρα το **πηλίκο** είναι **δεκαδικός αριθμός**.

Πώς υπολογίζουμε με κάθετη διαίρεση όταν ο διαιρέτης είναι μεγαλύτερος από το διαιρετέο.

Παράδειγμα: 3 : 4

```
M
3 | 4
  |----
  | 0,
```

- το 4 δε χωράει στο 3.

```
M
3 | 4
  |----
  | 0,
```

Μετατρέπω τις 3 μονάδες σε δέκατα και έχω 30 δέκατα.

```
 Μ δ
 3 0 | 4
-2 8 |----
---- | 7
   2 |
```

30 : 4 = 7 δέκατα και περισσεύουν 2 δέκατα ή 0,20.

- το 4 χωράει 7 φορές στο 30. Άρα, το πηλίκο είναι 7 δέκατα και μένουν υπόλοιπο 2 δέκατα.

ή

```
 Μ δ
 3   | 4
 3 0 |----
-2 8 | 0,7
---- |
   2 |
```

Μετατρέπω τις 3 μονάδες σε 300 εκατοστά.

```
 Μ δ ε
 3 0 0 | 4
-2 8 0 |----
------ | 75
   2 0 |
  -2 0 |
------ |
   0 0 |
```

20 : 4 = 5 εκατοστά

- το 4 χωράει 5 φορές στο 20. Άρα, το πηλίκο είναι 75 εκατοστά.

ή

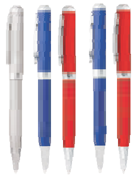
```
 Μ δ ε
 3     | 4
 3 0   |----
-2 8   | 0,75
------ |
   2 0 |
  -2 0 |
------ |
   0 0 |
```

- Επαληθεύω το αποτέλεσμα με πολλαπλασιασμό και με [αριθμομηχανή]

Συζητάμε στην τάξη τι μας δυσκόλεψε.

Εργασία

- 1η συσκευασία



7€

- 2η συσκευασία

4 + 2 δώρο
8€

- Ποια συσκευασία είναι πιο οικονομική; ....
- Πόσο κοστίζει το στιλό σε κάθε συσκευασία; Υπολογίζω με ακρίβεια.

Συμπέρασμα

- ***Κάθε κλάσμα*** *μπορώ να το* ***μετατρέψω σε δεκαδικό αριθμό κάνοντας διαίρεση****.*
- *Για να συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα, μπορούμε να τα* ***μετατρέψουμε σε δεκαδικούς ή σε ομώνυμα κλάσματα****. Παράδειγμα:* $\frac{3}{4}$ .... $\frac{2}{5}$

$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$ $\quad$ $\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0{,}40$

$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ ή $\frac{7{,}5}{10}$ ή $\frac{75}{100}$ $\quad$ $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ ή $\frac{4}{10}$ ή $\frac{40}{100}$

άρα

$0{,}75 > 0{,}40$ ή $\frac{7{,}5}{10} > \frac{4}{10}$

ή

$\frac{15}{20} > \frac{8}{20}$ ή $\frac{75}{100} > \frac{40}{100}$

19 Στρατηγικές διαχείρισης αριθμών

ΔΙΑΛΕΓΟΥΜΕ ΤΗΝ ΠΙΟ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς χρησιμοποιούμε τα κλάσματα στην καθημερινή μας ζωή;

Ο Νικόλας βοηθάει τη μητέρα του να αγοράσει τα προϊόντα που χρειάζονται για το σπίτι.

Συζητάμε στην τάξη την πρόταση του Νικόλα.
Εκτιμάμε αν σκέφτηκε σωστά.

- Αν παίρναμε $1\frac{1}{2}$ κ. (ενάμισι κιλό) από κάθε συσκευασία, θα πληρώναμε:

1η περίπτωση

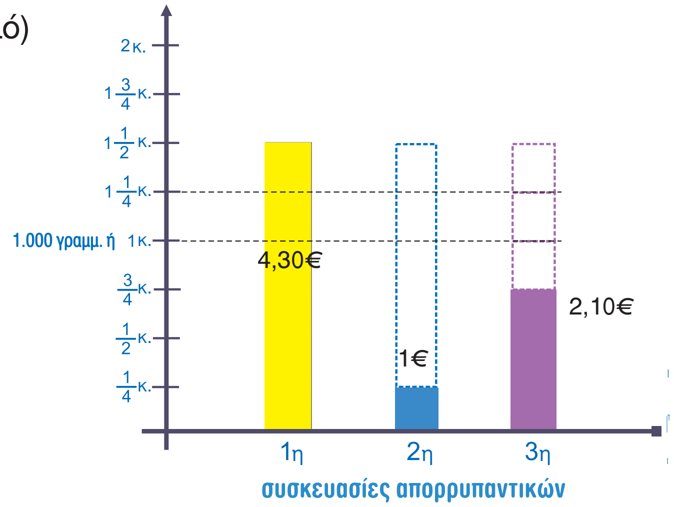
ένα κουτί x $1\frac{1}{2}$ κ. = 4,30€

2η περίπτωση

... κουτιά x $\frac{1}{4}$ κ. = ...

3η περίπτωση

... κουτιά x $\frac{3}{4}$ κ. = ...



- Άρα, η πιο οικονομική συσκευασία, αν θέλουμε να αγοράσουμε $1\frac{1}{2}$ κιλό (ενάμισι κιλό) ή (1.500 γραμμ.) απορρυπαντικού, είναι ....

- Βρίσκουμε μια διαφορετική στρατηγική για να λύσουμε το πρόβλημα.

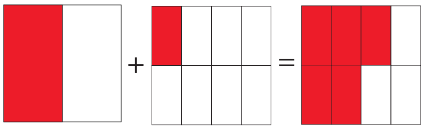
Εργασίες

1. Για να φτιάξουν μια δόση τηγανίτες για 6 άτομα, ο Γιάννης και η Γαβριέλα θα χρειαστούν $\frac{3}{4}$ του φλιτζανιού αλεύρι και $1\frac{3}{5}$ του φλιτζανιού γάλα. Υπολογίζω το γάλα και το αλεύρι που θα χρειαστούν για να φτιάξουν:

τη μισή δόση (... άτομα)	**1 δόση** (6 άτομα)	**τη διπλή δόση** (... άτομα)
• Εκτιμώ: περίπου .... φλ. αλεύρι .... φλ. γάλα	$\frac{3}{4}$ φλ. αλεύρι $1\frac{3}{5}$ φλ. γάλα	• Εκτιμώ: περίπου .... φλ. αλεύρι .... φλ. γάλα
• Υπολογίζω με ακρίβεια:		• Υπολογίζω με ακρίβεια:

2. Παρατηρώ τον πίνακα. Συμπληρώνω.

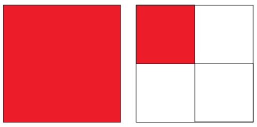
μισή ποσότητα ← : 2 — **αρχική ποσότητα** — x 2 → **διπλάσια ποσότητα**



$1\frac{1}{4} : 2 = (1 : 2) + (\frac{1}{4} : 2) =$

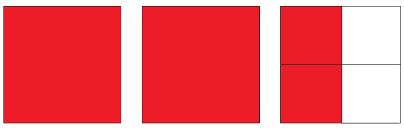
$= \frac{...}{...} + \frac{...}{...} = \frac{...}{8}$

ή $\frac{5}{4} : 2$ → $\frac{5 : 2}{4} = \frac{2,5}{4}$ → $\frac{5}{4 \times 2} = \frac{5}{8}$



$1\frac{1}{4}$ ή $\frac{...}{4}$ ή $\frac{...}{8}$

ή $\frac{......}{1.000}$ ή 1,......



$1\frac{1}{4} \times 2 = (1 \times 2) + (\frac{1}{4} \times 2)$

$= ..... + \frac{...}{...} = ... \frac{...}{4}$

ή $\frac{5}{4} \times 2$ → $\frac{5 \times 2}{4} = \frac{...}{...}$ → $\frac{5}{4 : 2} = \frac{...}{...}$

Συμπέρασμα

- *Στην καθημερινή μας ζωή* ***χρησιμοποιούμε κλάσματα για να εκφράσουμε συνήθως ποσότητες που δεν είναι ολόκληρες****. Μια ποσότητα μπορώ να την εκφράσω με* ***διαφορετικούς τρόπους*** *(με λέξεις, με σχήμα ή με διαφορετικές μορφές αριθμών)*
  Ενάμισι, 1,5 , $\frac{15}{10}$, $1\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{12}{8}$, ... $\frac{150}{100}$
- *Όταν πολλαπλασιάζουμε τον αριθμητή ενός κλάσματος με έναν ακέραιο αριθμό, το κλάσμα μεγαλώνει. Παράδειγμα:* $\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$
- *Όταν διαιρούμε τον αριθμητή ενός κλάσματος ή πολλαπλασιάζουμε τον παρονομαστή του με έναν* ***ακέραιο αριθμό****, το κλάσμα μικραίνει.* *Παράδειγμα:* $\frac{6}{4} : 2$ → $\frac{6 : 2}{4} = \frac{3}{4}$ → $\frac{6}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$

20 Διαχείριση αριθμών

ΣΤΗΝ ΑΓΟΡΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Ποια μορφή αριθμών χρησιμοποιούμε συνήθως για να εκφράσουμε και να διαχειριστούμε μια ποσότητα;

Η Ελένη πήγε με την αδερφή της για ψώνια. Είχε 240€ και ξόδεψε τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων της. Η αδερφή της είχε 220€ και ξόδεψε τα $\frac{6}{8}$ των χρημάτων της.

- Ποια κοπέλα ξόδεψε περισσότερα χρήματα;

Εκτιμώ: ....

- Πόσο περισσότερο;

Εκτιμώ: ....

- Υπολογίζω με ακρίβεια:

Συζητάμε στην τάξη τις στρατηγικές που χρησιμοποιήσαμε.

- Ποια κοπέλα έχει περισσότερα χρήματα μετά τις αγορές της και πόσα;

Εργασίες

1. Η Ματίνα είχε 128 € στο πορτοφόλι της. Αγόρασε μια μπλούζα κι έδωσε το $\frac{1}{8}$ των χρημάτων της. Στη συνέχεια αγόρασε ένα παντελόνι κι έδωσε το $\frac{1}{6}$ από τα χρήματα που της έμειναν.

- Πόσα χρήματα της περίσσεψαν;

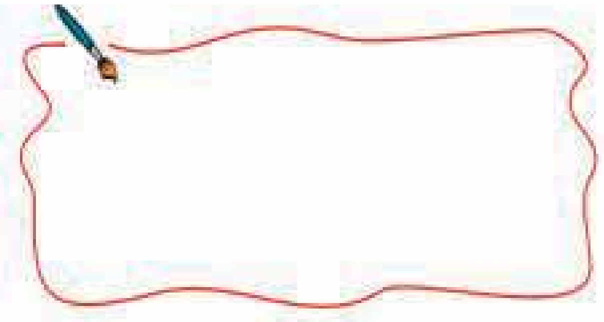
- Πώς μπορώ να εκφράσω με ένα σχήμα τα χρήματα που είχε αρχικά η Ματίνα;

- Τι μέρος του σχήματος αντιπροσωπεύουν: α) τα χρήματα που περίσσεψαν αρχικά στη Ματίνα, β) τα χρήματα που έμειναν τελικά στη Ματίνα.

Διαχείριση διαφορετικών μορφών αριθμών: μετατροπές από την μια μορφή στην άλλη, νοεροί υπολογισμοί, αθροιστική ανάλυση.

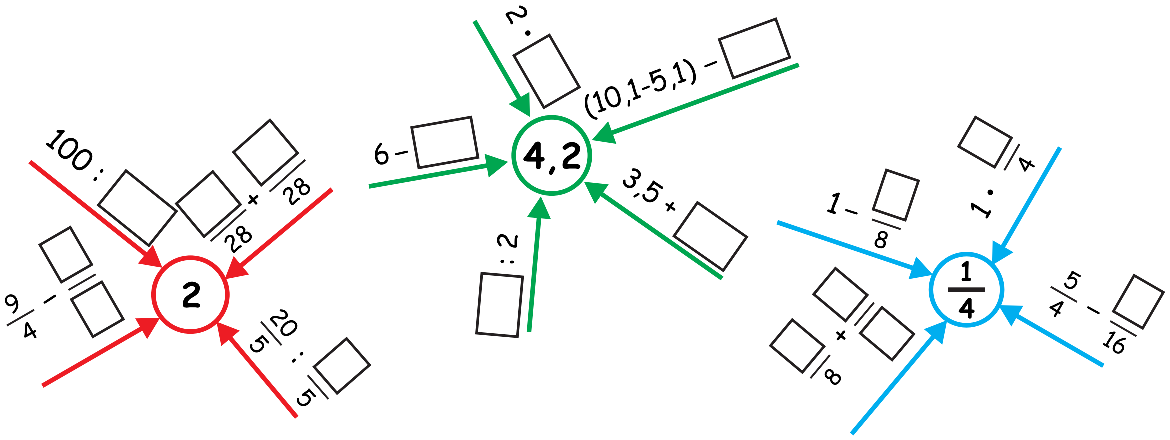
2. Ο Τάκης και ο Παναγιώτης αγόρασαν ένα δώρο για τους γονείς τους που κόστιζε 42€. Πλήρωσαν μισά μισά. Αν ο Τάκης έδωσε τα $\frac{2}{3}$ από το χαρτζιλίκι του και ο Παναγιώτης τα $\frac{3}{5}$ από το δικό του, ποιο παιδί είχε πιο πολλά χρήματα αρχικά;

- Εκτιμώ:
- Κάνω ένα σκίτσο για να λύσω το πρόβλημα:



- Υπολογίζω με ακρίβεια πόσα χρήματα είχε ο καθένας:

3. Συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν:



Συμπέρασμα

Όταν θέλω ***να εκφράσω ή να διαχειριστώ μια ποσότητα,*** *μπορώ να χρησιμοποιήσω* ***διαφορετικές μορφές αριθμών****: ακέραιους, δεκαδικούς, κλασματικούς, μεικτούς.*
Παραδείγματα:

- 135 λεπτά, 1,35 €, $\frac{135}{100}$ €, $1\frac{35}{100}$, 1 € 35 λ.
- $\frac{5}{4} - \frac{....}{16} = \frac{1}{4}$ *μπορώ να το γράψω* $1\frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{4}$, *άρα ο αριθμός που λείπει είναι το 16.*

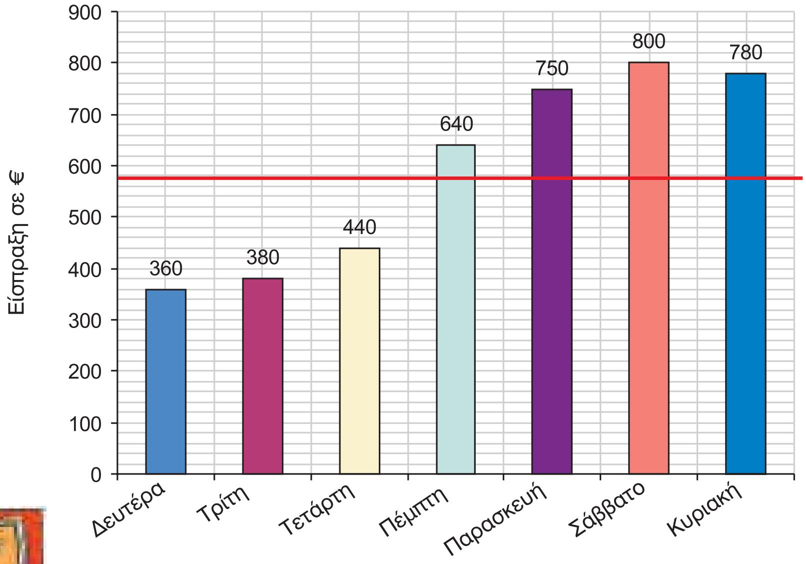
21 Στατιστική – Μέσος όρος

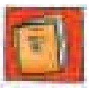
Ο ΔΗΜΟΤΙΚΟΣ ΚΙΝΗΜΑΤΟΓΡΑΦΟΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πότε χρησιμοποιούμε το «μέσο όρο»;

Στο δημοτικό κινηματογράφο της Ηλιούπολης «Μελίνα», οι εισπράξεις μιας εβδομάδας το Μάιο ήταν:





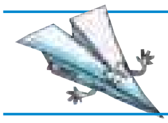
- Πόση ήταν η συνολική είσπραξη της εβδομάδας;

Εκτιμώ:	Υπολογίζω με ακρίβεια:

- Αν οι συνολικές εισπράξεις της εβδομάδας **μοιράζονταν εξίσου** και στις 7 ημέρες της λειτουργίας του, πόση θα ήταν η είσπραξη κάθε ημέρας;

Εκτιμώ:	Υπολογίζω με ακρίβεια:

- Τι **πρόβλεψη** μπορούμε να κάνουμε, βασισμένοι στα στοιχεία αυτής της εβδομάδας, **για τις συνολικές εισπράξεις μιας περιόδου** λειτουργίας του κινηματογράφου (έναρξη 01/05, κλείσιμο 30/9 – συνολικά 153 ημέρες);



Ο αριθμός αυτός που βρήκαμε είναι ο **μέσος όρος των εισπράξεων** του κινηματογράφου ανά ημέρα. Ο Μ.Ο. μας βοηθάει να κάνουμε προβλέψεις.

Συζητάμε στην τάξη: Με ποιον άλλο τρόπο θα μπορούσαμε να εκτιμήσουμε ή να βρούμε με ακρίβεια το μέσο όρο των εισπράξεων κάθε ημέρας αυτής της εβδομάδας;

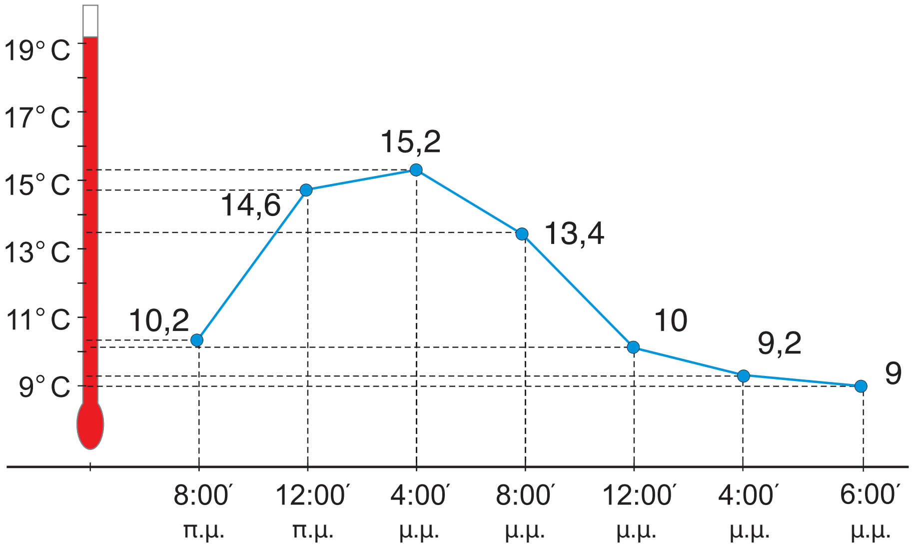
Εργασίες

1. Συμπληρώνω τους αριθμούς έτσι, ώστε ο μέσος όρος όλων των αριθμών να είναι:

- 15 5, 8, 11, ..., ..., ..., ..., ...
- 150 200, 190, ..., ..., ..., ..., ..., ...

Συζητάμε στην τάξη τις στρατηγικές που χρησιμοποιήσαμε.

2. Παρατηρώ και καταγράφω την εξέλιξη της θερμοκρασίας της ημέρας Παρασκευής.



- Πόση είναι η μέση θερμοκρασία της Παρασκευής κατά τη διάρκεια της ημέρας; Τη σχεδιάζω με μια κόκκινη γραμμή.
- Το Σάββατο είχαμε την ίδια μέση θερμοκρασία κατά τη διάρκεια της ημέρας. Ποιες μπορεί να είναι οι τιμές της θερμοκρασίας που μετρήσαμε;

Συμπέρασμα

*Για να βρω το **μέσο όρο ενός πλήθους αριθμών**, διαιρώ το άθροισμά τους με το πλήθος αυτών των αριθμών. Παραδείγματα:*

- *Ο Μ.Ο. των αριθμών 13, 20, 18, 15 είναι (13 + 20 + 18 + 15) : 4 = 16,5.*
- *Η βαθμολογία του Έκτορα, που πηγαίνει στην Α΄ Λυκείου, είναι 17, 18, 20, 18, 16, 18, 17, 19, 16, 18, 19, 17. Άρα, ο μέσος όρος βαθμολογίας του είναι 213 : 12 =17,75.*
- ***Ο Μ.Ο. με βοηθά στη σύγκριση, στην εκτίμηση και στην πρόβλεψη**.*

Επαναληπτικό 3

Κεφάλαια 14-21

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

1) Να διαχειρίζομαι κλάσματα και δεκαδικούς με διάφορες στρατηγικές.

α) Πολλαπλασιάζω και διαιρώ γρήγορα με 10, 100, 1.000.

1,40 εκ. x 100 = ... εκ.

.... εκ. x 10 = 20 εκ. 370 χιλ.

.... μ. x 1.000 = 100.900.527 χιλ.

307 εκ. 100 χιλ. : 100 = ... εκ.

25.004.000 χιλ. : 10 = ... εκ.

714 εκ. : 1.000 = ... εκ.

β)

κλάσμα	το συμπλήρωμά του	αρχικό κλάσμα σε μορφή δεκαδικού αριθμού
$\frac{3}{5} < 1$	$\frac{3}{5} + \frac{\square}{\square} = 1$	3 : 5 ή 3 | 5
$\frac{\square}{\square} < 1$	$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = 1$	
$\frac{\square}{\square} < 1$	$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = 1$	
$\frac{\square}{\square} < 1$	$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = 1$	
$\frac{\square}{\square} < 1$	$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = 1$	

γ) $\frac{13}{5} = \frac{\square}{50}$ $\quad \frac{24}{3} = \frac{\square}{\square}$ $\quad \frac{4}{60} = \frac{\square}{\square}$ $\quad \frac{8}{12} - \frac{\square}{\square} = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{\square}{20} = \frac{50}{\square}$

δ) $\frac{1}{7} \times \square = 1$ $\quad \frac{1}{100} \times \square = 10$ $\quad \frac{21}{10} + \frac{\square}{\square} = 3$ $\quad 1\frac{13}{8} - \frac{\square}{\square} = \frac{5}{8}$

ε) Βρίσκω το μισό και το διπλάσιο της αρχικής ποσότητας κάθε φορά.

μισό	αρχική ποσότητα	διπλάσιο
$\frac{\square}{\square}$ ή $\frac{\square}{\square}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{\square}{\square}$
$\frac{\square}{\square}$ ή $\frac{\square}{\square}$	$1\frac{4}{5} = \frac{\square}{5}$	$\frac{\square}{\square}$ ή .... $\frac{.....}{.....}$

2) Να βρίσκω το μέσο όρο.

Η κυρία Χρυσούλα έχει το κυλικείο του σχολείου. Οι εισπράξεις της αυτή την εβδομάδα ήταν:

Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή
148 €	154 €	160 €	138 €	163 €

Πόσες ήταν οι εισπράξεις κατά μέσο όρο αυτή την εβδομάδα; Εκτιμώ:

Υπολογίζω με ακρίβεια:

3) Να λύνω προβλήματα.

Αν τα $\frac{4}{10}$ του κιλού μέλι κοστίζουν 6 €, πόσο κοστίζει το 1,5 κιλό;

Εκτιμώ:

Υπολογίζω με ακρίβεια:

Καταγράφω την προσωπική μου άποψη για τα κεφάλαια 14 - 21:

- Μου έκανε εντύπωση:

....

....

- Με δυσκόλεψε πιο πολύ:

....

....

- Έμαθα πολύ καλά:

....

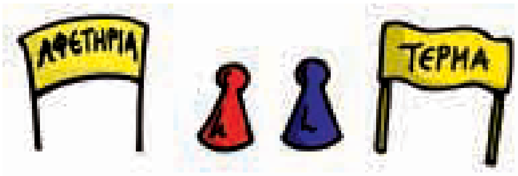
....

4) Φτιάχνουμε ένα πρόβλημα που:

- έχει δεκαδικούς και κλάσματα.
- μπορεί να λυθεί με 2 διαφορετικές στρατηγικές.

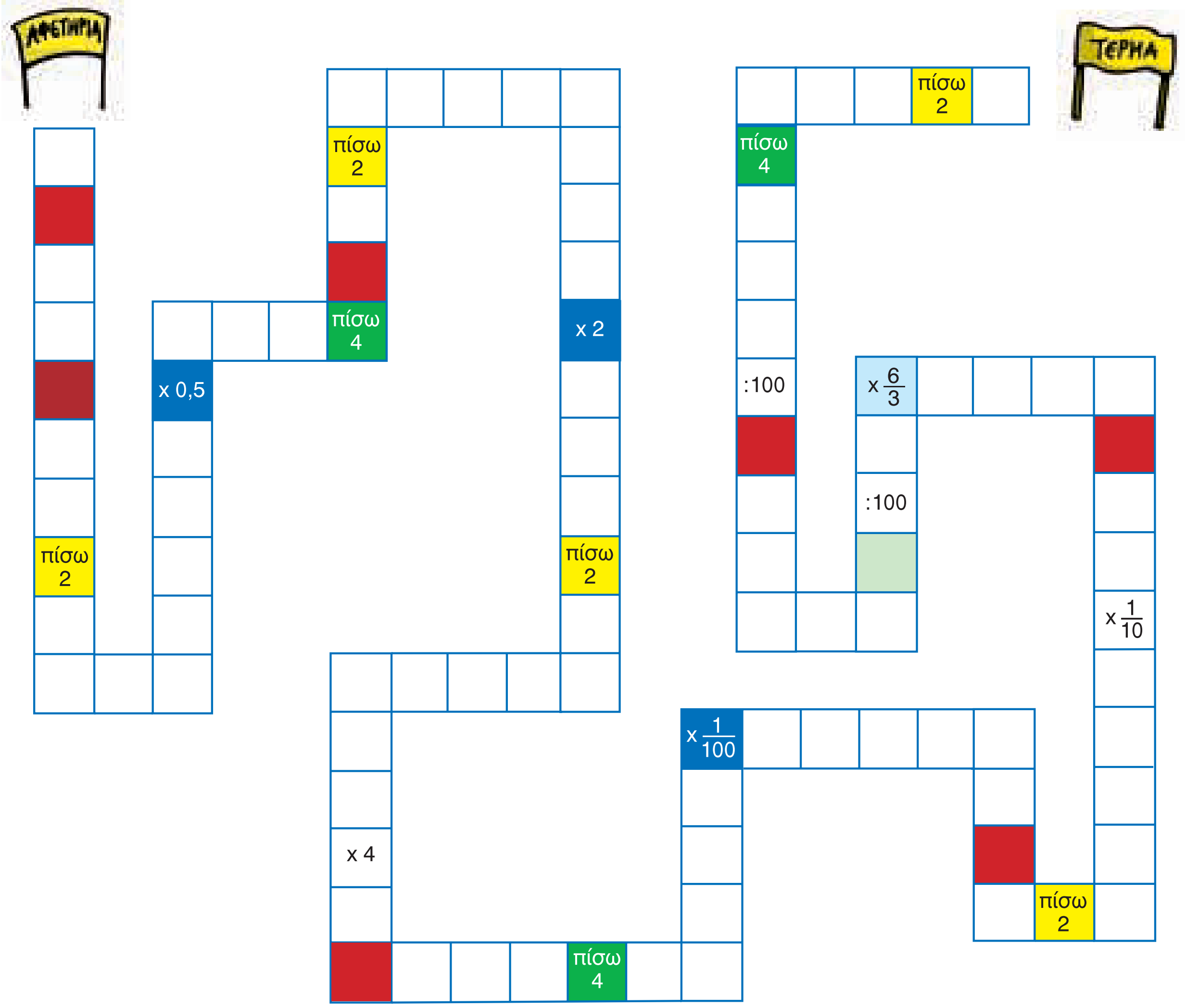
Παιχνίδι

Κερδίζει πάντα ο πρώτος;



- 2 παίκτες ή 1-2 ομάδες
- κομπιουτεράκι
- 1 ζάρι
- πιόνια χρωματιστά για κάθε παίκτη (φασόλια, ξηροί καρποί)

Στόχος: Ξεκινάμε από την αφετηρία με 1.000 βαθμούς ο καθένας.
Κερδίζει όποιος φτάσει στο τέρμα έχοντας τους περισσότερους βαθμούς.
Όποιος φτάσει πρώτος, περιμένει και τους υπόλοιπους.



Β΄ Περίοδος

Κεφάλαια 22-40

Στα κεφάλαια αυτά **θα μάθουμε**:

- Τι είναι τα ποσοστά και να τα χρησιμοποιούμε όπως τις άλλες μορφές αριθμών (δεκαδικούς, κλάσματα, μεικτούς, συμμιγείς).
- Τι είναι τα ισοπεριμετρικά και τα ισοεμβαδικά γεωμετρικά σχήματα.
- Πώς βρίσκουμε το εμβαδόν ενός τετραγώνου αν γνωρίζουμε το μήκος της πλευράς, του ορθογώνιου τριγώνου αν γνωρίζουμε το μήκος των κάθετων πλευρών του, και το εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου αν γνωρίζουμε τις διαστάσεις του (μήκη των δύο διαφορετικών πλευρών του).
- Τι σημαίνει η διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων.
- Πώς να είμαστε σίγουροι όταν κάνουμε μετατροπές από μια μονάδα μέτρησης μήκους ή επιφάνειας σε άλλη.
- Σε τι διαφέρει το 1 εκ. από το 1 τ.εκ.
- Πώς να διαιρούμε ακέραιο ή κλάσμα με κλάσμα.
- Τι είναι τα αντίστροφα κλάσματα.
- Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 2, το 5 ή το 10 χωρίς να κάνουμε τη διαίρεση.
- Πώς βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. αριθμών.
- Να μετατρέπουμε ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα με διάφορες στρατηγικές.
- Να λύνουμε σύνθετα προβλήματα και να επαληθεύουμε χρησιμοποιώντας διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης.

Θα φτιάξουμε:

- Τετραγωνικά μέτρα και τετραγωνικά δεκατόμετρα.
- Σχήματα με το τάγκραμ.
- Κατασκευές με χαρτόνι.
- Το μετατροπέα μήκους και επιφάνειας και θα μάθουμε να τον χρησιμοποιούμε για να επαληθεύουμε τους υπολογισμούς μας.

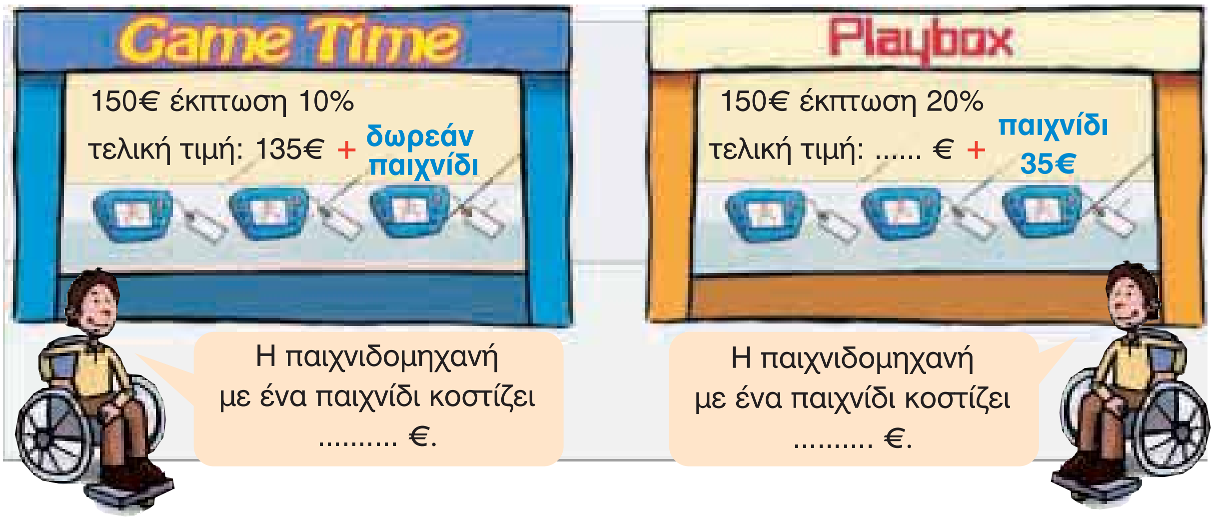
Θα παίξουμε με μουσικά όργανα και θα ανακαλύψουμε τα κοινά πολλαπλάσια αριθμών.
Θα κάνουμε σχέδια εργασίας.

22 Έννοια του Ποσοστού

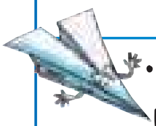
ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ ΤΩΝ ΕΚΠΤΩΣΕΩΝ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Τι σημαίνει ποσοστό στα εκατό;



- Από ποιο κατάστημα συμφέρει στον Παύλο να αγοράσει την παιχνιδομηχανή με ένα παιχνίδι; Βάζω ✔ • Από το πρώτο ☐ • Από το δεύτερο ☐
- Πόσα € είναι τα $\frac{10}{100}$ ή 10%: • στα 100 €; .... • στα 150 €; ....



• **Κλάσματα που έχουν παρονομαστή το 100 γράφονται και με το σύμβολο %.**
Παράδειγμα: $\frac{85}{100}$ = 85%, το οποίο διαβάζεται: ογδόντα πέντε τοις εκατό ή ογδόντα πέντε στα εκατό.

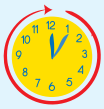
• Αντίστοιχα, **κλάσματα που έχουν παρονομαστή το 1.000 γράφονται και με το σύμβολο ‰.**
Παράδειγμα: $\frac{850}{1.000}$ = 850‰, το οποίο διαβάζεται: οχτακόσια πενήντα τοις χιλίοις ή οχτακόσια πενήντα στα χίλια.

- Αν γνωρίζουμε το ποσοστό της έκπτωσης (...%), πώς μπορούμε με σιγουριά να υπολογίσουμε τι όφελος θα έχουμε;
- Υπάρχουν πολλοί τρόποι να υπολογίσουμε την τιμή μετά την έκπτωση που γίνεται:

1ος τρόπος

Στα 100€ η **έκπτωση** είναι 10€, δηλαδή στα 100€ κερδίζω 10€ (το ένα δέκατο). Άρα, στα 60€ κερδίζω το $\frac{1}{10}$ του 60, δηλ. ...... : ...... =......€ ή 0,1 x 60 =...... €

Πρώτη προσέγγιση της έννοιας του ποσοστού. Μετατροπή του από και σε δεκαδικό αριθμό και δεκαδικό κλάσμα.



2ος τρόπος

Τα 60 € είναι τα $\frac{100}{100}$ της αρχικής τιμής. Η έκπτωση είναι τα $\frac{10}{100}$ της αρχικής τιμής, δηλαδή $\frac{10}{100}$ του 60 ή $\frac{1}{10}$ του 60 = ... €

ή, αλλιώς, τα $\frac{10}{100}$ του 60 = $\frac{60 \times 10}{100} = \frac{60\cancel{0}}{10\cancel{0}}$ = ... €

3ος τρόπος

60	70	80	90	100	αρχική τιμή
6€	7€	8€	9€	10€	έκπτωση
54€	63€	72€	81€	90€	τελική τιμή

4ος τρόπος

Η έκπτωση είναι 10%, δηλαδή πληρώνω το 90% της αρχικής τιμής ή **σε κάθε** **πληρώνω τα 9€ και έχω όφελος 1€**.
Άρα, στα 6 θα πληρώσω 6 x 9 = ... € και θα έχω όφελος 6 €.

5ος τρόπος

Θα χρησιμοποιήσω τον για να βρω στα 60€ την έκπτωση 10%.

Πατώ: 6 0 x 1 0 % = ...

ή

Πατώ: 6 0 x 0 , 1 = ...

Εργασία

- Πόσο είναι το όφελος που έχουμε από την έκπτωση;

  Εκτιμώ: περίπου .... €

- Ποια είναι η τελική τιμή που πρέπει να πληρώσουμε;

  Εκτιμώ: περίπου .... €

- Υπολογίζω με ακρίβεια:

Συμπέρασμα

- *Το **ποσοστό** είναι μια συμβολική γραφή που μας **επιτρέπει εύκολα να συγκρίνουμε ποσότητες**.*
- *Ένα **ποσοστό** μπορεί **να εκφραστεί** επίσης **ως δεκαδικό κλάσμα** ή **ως δεκαδικός αριθμός**.*

  Παράδειγμα: 25% = $\frac{25}{100}$ = 0,25 ή 250‰ = $\frac{250}{100}$ = 0,250
- *Η **ποσότητα που εκφράζει ένα ποσοστό** εξαρτάται από **την τιμή στην οποία αναφέρεται**.*

  Παραδείγματα: • 10% των 60 € είναι 6 €. • 10% των 68 € είναι 6,80 €.

23 Προβλήματα με ποσοστά

ΔΙΑΛΕΓΟΥΜΕ ΤΙ ΤΡΩΜΕ

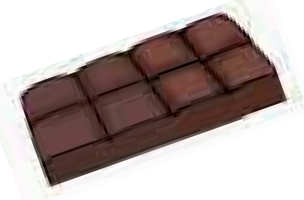
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Τι εκφράζουν τα ποσοστά στις συσκευασίες;

Τα παιδιά έφεραν στην τάξη συσκευασίες των αγαπημένων τους προϊόντων. Η Νάνση και ο Πέτρος παρατηρούν τις ετικέτες σε δύο συσκευασίες της αγαπημένης τους σοκολάτας.

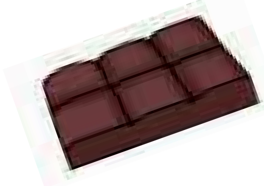
- Ποια σοκολάτα παχαίνει λιγότερο;

200 γραμμάρια:



20% ζάχαρη
20% γάλα
35% κακάο
25% αμύγδαλα

150 γραμμάρια:



20% ζάχαρη
20% γάλα
35% κακάο
25% αμύγδαλα

Δεν έχει σημασία. Και οι δυο παχαίνουν το ίδιο... αφού έχουν 20% ζάχαρη η καθεμία.

Εγώ θα προτιμούσα τη δεύτερη, γιατί είναι πιο μικρή και έχει ζάχαρη μόνο 30 γραμμ.

- Με ποιο παιδί συμφωνούμε;

Συζητάμε στην τάξη και εξηγούμε πώς σκεφτήκαμε.

Εργασίες

1. Ποια συσκευασία έχει περισσότερο φυσικό χυμό; Εκτιμώ:

- Στα 200 γραμμ. χυμού

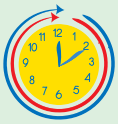
Ο φυσικός χυμός πορτοκάλι είναι 100 γραμμ.

α)

- Στα 500 γραμμ. χυμού

Ο φυσικός χυμός πορτοκάλι είναι 200 γραμμ.

β)



- Υπολογίζουμε με ακρίβεια τι ποσοστό της πορτοκαλάδας είναι φυσικός χυμός σε κάθε συσκευασία:

- Στα 200 γραμμ. πορτοκαλάδα τα 100 γραμμ. είναι φυσικός χυμός, δηλαδή η μισή ποσότητα ή $\frac{100}{200}$ ή $\frac{50}{100}$ ή ... %
- Στα 500 γραμμ. πορτοκαλάδα τα 200 είναι φυσικός χυμός ή στα 50 γραμμ. τα 20 γραμμ. είναι φυσικός χυμός ή $\frac{200}{500}$ ή $\frac{20}{50}$ ή $\frac{40}{100}$ ή ... % φυσικός χυμός.

- Εξηγώ πόσο φυσικό χυμό έχει ένα ποτήρι 200 γραμμ. από τη β΄ συσκευασία.

2. Η Θεοδώρα έφερε ένα κυπελάκι γιαούρτι των 250 γραμμ. και παρατήρησε στην ετικέτα ότι ένα κυπελάκι γιαούρτι καλύπτει:

- το 26% της Συνιστώμενης Ημερήσιας Ποσότητας (ΣΗΠ) σε ασβέστιο ή .... ‰
- το 18,2% της ΣΗΠ σε βιταμίνη Β2 ή .... ‰

- **Εκτιμώ πόση είναι περίπου** η ΣΗΠ που πρέπει να πάρει ο οργανισμός μας σε γραμμ.:
  - σε ασβέστιο
  - βιταμίνη Β2

3. Αν 4 € είναι το 10% των χρημάτων που μοιράστηκαν εξίσου ο Νίκος και ο Τάσος, πόσα χρήματα πήρε ο καθένας;

- Τάσος .... €
- Νίκος .... €

4. Φτιάχνω ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που η μία πλευρά είναι 50% μεγαλύτερη από την άλλη. Εξηγώ πώς σκέφτηκα.

Συμπέρασμα

*Τα **ποσοστά επί τοις εκατό (%) μιας ουσίας** που υπάρχουν σε ένα προϊόν **εκφράζουν τα γραμμάρια αυτής της ουσίας στα 100 γραμμ. του προϊόντος.***

Παραδείγματα:
- *Γάλα με 3,5% λιπαρά: στα 100 γραμμ. γάλα έχουμε 3,5 γραμμ. λιπαρά.*
- *Σοκολάτα με 35% κακάο: στα 100 γραμμ. σοκολάτα έχουμε 35 γραμμ. κακάο.*

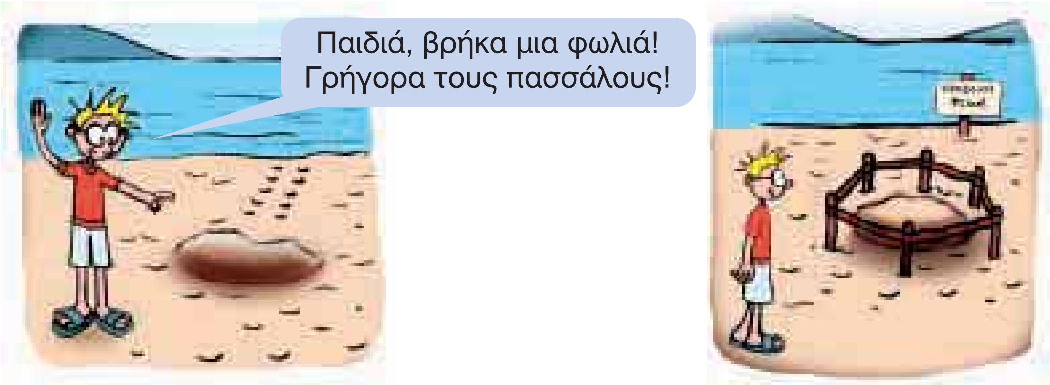
24 Γεωμετρικά σχήματα - περίμετρος

ΚΑΡΕΤΑ ΚΑΡΕΤΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Υπάρχουν διαφορετικά σχήματα σε ίση περίμετρο;

Στη Ζάκυνθο, στην παραλία Σεκάνια, οι εθελοντές προστασίας της θαλάσσιας χελώνας εντοπίζουν τις φωλιές της χελώνας καρέτα καρέτα.



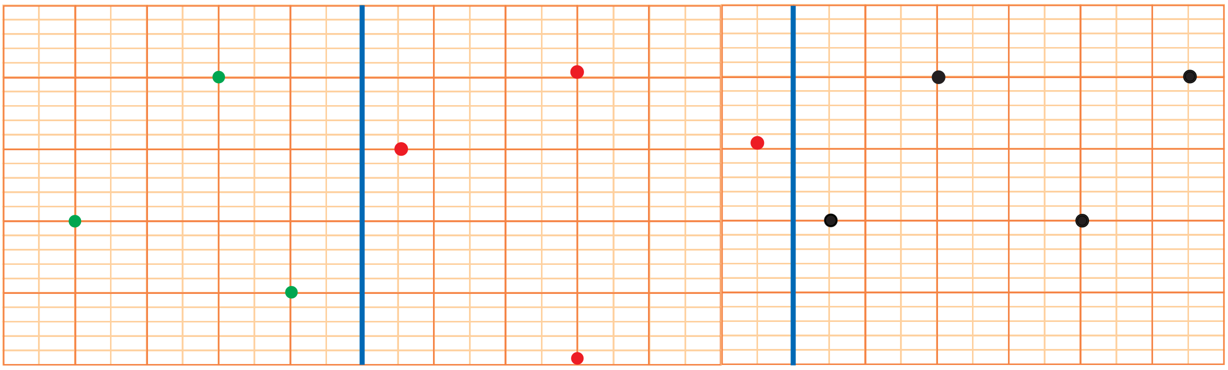
Κάθε πάσσαλος απέχει από το διπλανό του μισό μέτρο.
Πόση συνολικά κορδέλα χρησιμοποίησαν για να περιφράξουν:
- μια φωλιά που βρήκαν; ....
- 4 φωλιές που βρήκαν; (τις περίφραξαν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο)

....

Εργασίες

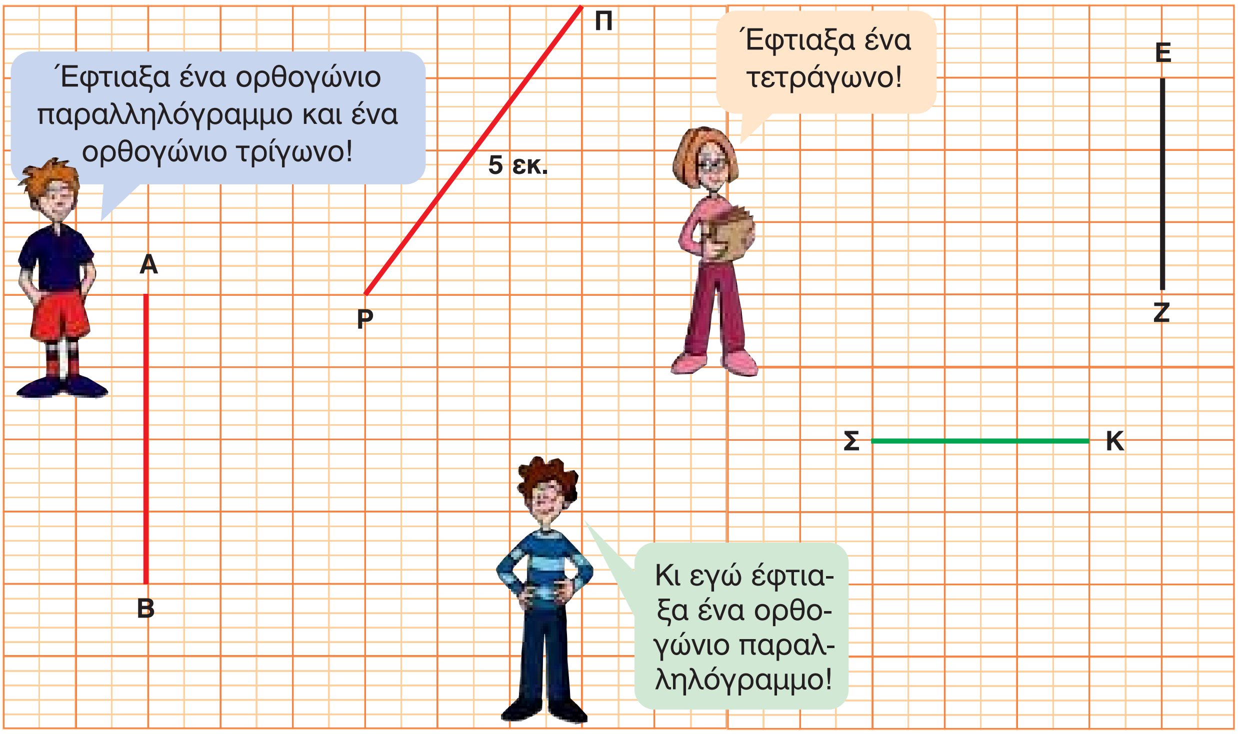
1. Τι σχήματα σχηματίζονται αν ενωθούν διαδοχικά οι κορυφές με ευθύγραμμα τμήματα; Εκτιμώ χωρίς να τις ενώσω:

....



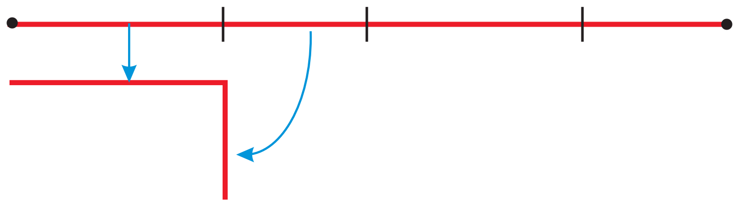
- Βάζω γράμματα στις κορυφές και με το χάρακα μετρώ το μήκος των πλευρών κάθε σχήματος. Το καταγράφω σε κάθε πλευρά.
- Πόση είναι η περίμετρος κάθε σχήματος; Υπολογίζω με ακρίβεια:

2. Συμπληρώνω τα γεωμετρικά σχήματα που ξεκίνησαν η Νεφέλη, ο Οδυσσέας και ο Μίλτος, ώστε να έχουν περίμετρο 12 εκ.

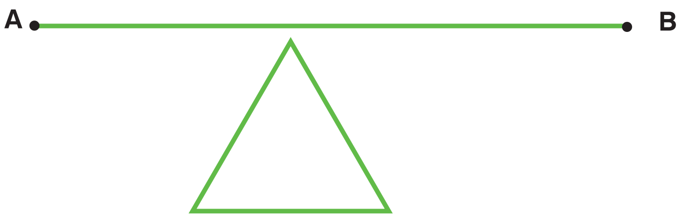


- Προτείνουμε διαστάσεις για ένα άλλο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που έχει κι αυτό περίμετρο 12 εκ.

3. Αν με •—|—|—|—• μπορώ να τυλίξω γύρω γύρω ακριβώς ένα □, τότε δείχνω με ανάλογο τρόπο τι σχήμα μπορώ να τυλίξω με:



4. Χωρίζω το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ με τέτοιο τρόπο, ώστε να τυλίξω γύρω γύρω το διπλανό ισόπλευρο τρίγωνο.



Συμπέρασμα

Περίμετρος *ενός γεωμετρικού σχήματος είναι* ***το άθροισμα του μήκους των πλευρών του****. Διαφορετικά σχήματα μπορούν να έχουν την ίδια περίμετρο (****ισοπεριμετρικά****).*

Παράδειγμα
- *ένα τετράγωνο με πλευρά 4 εκ.*
- *ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές 2 εκ. και 6 εκ.*

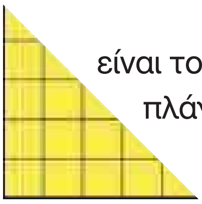
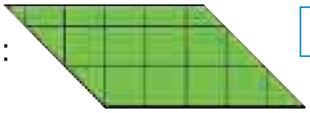
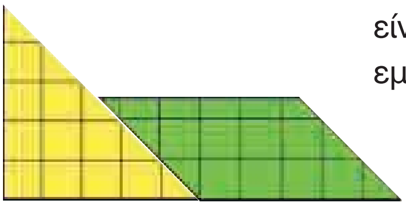
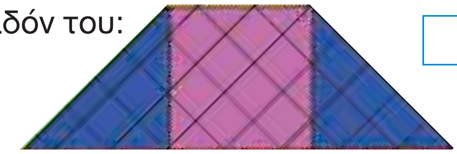
25 Ισοεμβαδικά σχήματα

ΤΟ ΤΑΓΚΡΑΜ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

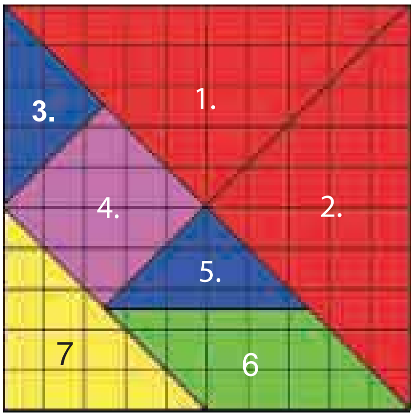
Πώς μπορούμε να βρούμε το εμβαδόν ενός σύνθετου σχήματος;

- Παρατηρώ τα κομμάτια του τάγκραμ. Εκτιμώ: Ποιο κομμάτι έχει το μισό εμβαδόν σε σχέση με το:
  - μωβ τετράγωνο; ....
  - κίτρινο τρίγωνο; ....
  - πλάγιο παραλληλόγραμμο; ....
  - κόκκινο τρίγωνο; ....

- Βάζω Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) στις προτάσεις:
  - Το εμβαδόν του τριγώνου:  είναι το ίδιο με το εμβαδόν του πλάγιου παραλληλόγραμμου:  ☐
  - Το εμβαδόν του σχήματος:  είναι μεγαλύτερο από το συνολικό εμβαδόν του:  ☐

- Ελέγχω τις εκτιμήσεις μου συμπληρώνοντας τον παρακάτω πίνακα με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος και του τάγκραμ που έχω φτιάξει.

Σχήμα	Εμβαδόν σε ☐	Μέρος ολόκληρου του τετραγώνου
1		
2		
7		
6		
4		
3		
5		
Συνολικά		

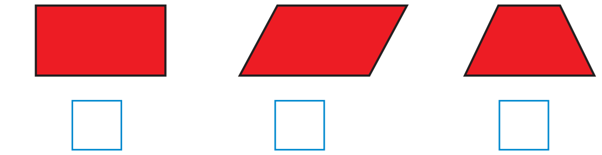


Εργασίες

1. Χρησιμοποιώντας όλα τα κομμάτια από 2 τάγκραμ, φτιάχνουμε πάνω σε μιλιμετρέ χαρτί:

- Εκτιμώ ποιο σχήμα έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν. (Βάζουμε ✔)

Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο | Πλάγιο παραλληλόγραμμο | Τραπέζιο

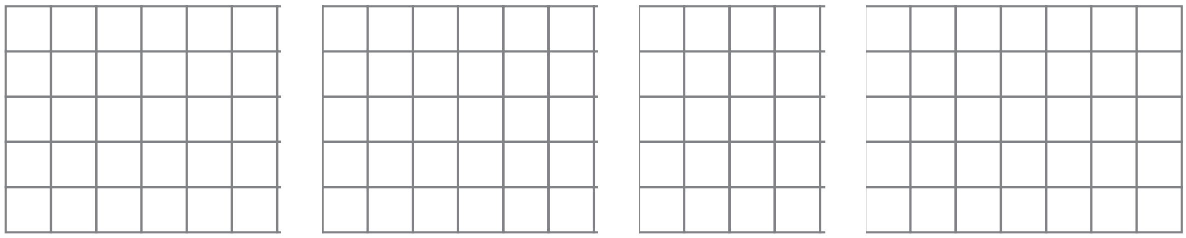


- Υπολογίζω με όποιον τρόπο θέλω πόσα τ.εκ. ακριβώς είναι το εμβαδόν κάθε σχήματος. (1 τ.εκ.= ■ με πλευρά 1 εκ.)

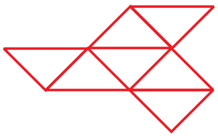
Συζητάμε τις στρατηγικές μας.

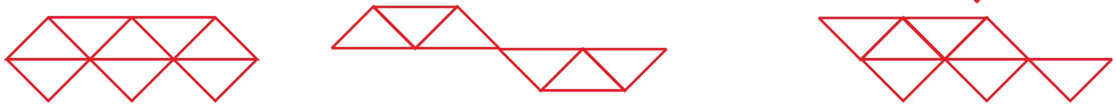
2. Βρίσκω τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα που δείχνουν τους πολλαπλασιασμούς.

3 x 5 | 5 x 3 | 3 x 3 | 6 x 4



3. Ποιο γεωμετρικό σχήμα έχει ίδιο εμβαδόν με το διπλανό;



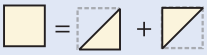


(α) (β) (γ)

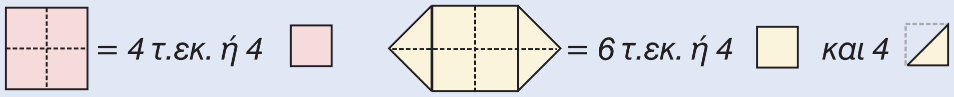
Επαληθεύω την εκτίμησή μου.

Συμπέρασμα

- *Δύο διαφορετικά σχήματα μπορούν να έχουν το ίδιο εμβαδόν **(ισοεμβαδικά).***

  Παράδειγμα:  *=1 τ.εκ.*

- *Μπορούμε να διαχειριστούμε ένα **σύνθετο γεωμετρικό σχήμα** ως προς το **εμβαδόν** του πιο εύκολα αν αναγνωρίσουμε τα **επιμέρους γεωμετρικά σχήματα** που το αποτελούν και βρούμε τις σχέσεις τους.*

  Παράδειγμα:  *= 4 τ.εκ. ή 4* □ *= 6 τ.εκ. ή 4* □ *και 4* ◺

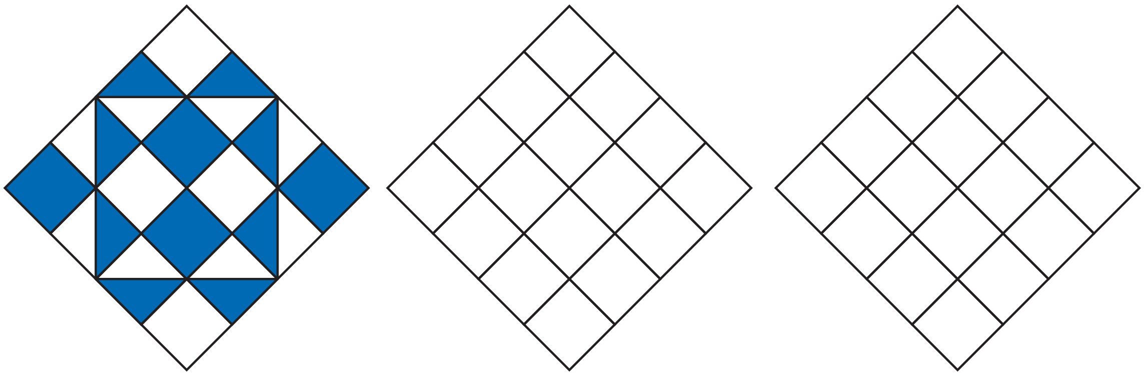
26 Εμβαδόν τετραγώνου, ορθ. παραλληλόγραμμου, ορθ. τριγώνου

ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ Ή ΤΡΙΓΩΝΑ;

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Ένα σχήμα με εμβαδόν 1 τ.μ. είναι πάντα τετράγωνο με πλευρά μήκους 1 μ.;

- Παρατηρώ το σχήμα (α).

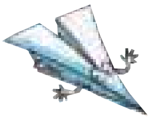


(α) (β) (γ)

- Πόσο εμβαδόν έχουν στο σχήμα (α):
  - Τα μπλε κομμάτια; ....
  - Όλα τα κομμάτια; ....

- Στο σχήμα (β) χρωματίζω μπλε μια επιφάνεια σε σχήμα ορθ. παραλληλόγραμμου και στο σχήμα (γ) μια επιφάνεια ορθ. τριγώνου έτσι, ώστε και στα 3 σχήματα (α, β, γ) η επιφάνεια που είναι μπλε να έχει το ίδιο ακριβώς εμβαδόν.

Πώς μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα τετράγωνο που έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν της μπλε επιφάνειας; Συζητάμε στην τάξη τι άλλα σχήματα μπορούμε να φτιάξουμε που να έχουν το ίδιο εμβαδόν.

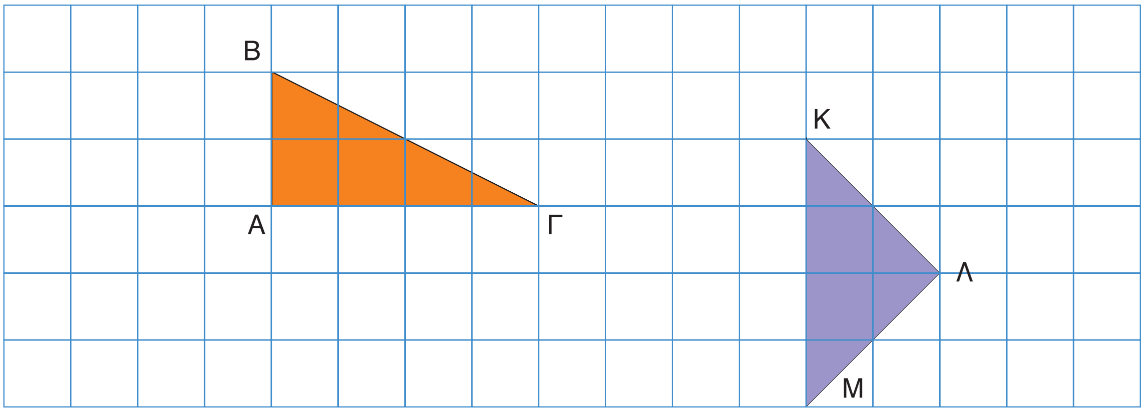


Αν φέρουμε τη **διαγώνιο ενός τετραγώνου**, το χωρίζουμε σε **2 ίσα τρίγωνα**. Το καθένα έχει εμβαδόν όσο **το μισό εμβαδόν του τετραγώνου**.

Ισχύει πάντα το αντίστροφο; Δηλαδή, αν σχεδιάσω 2 φορές ένα ορθογώνιο τρίγωνο που έχει εμβαδόν όσο το μισό εμβαδόν ενός τετραγώνου, θα φτιάξω ένα τετράγωνο;

Συζητάμε στην τάξη τις εκτιμήσεις μας.

- Έχουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΚΛΜ:



- Αν χρησιμοποιήσουμε κάθε τρίγωνο 2 φορές, τι άλλα σχήματα μπορούμε να φτιάξουμε; .... Τα σχεδιάζουμε.
- Πώς μπορούμε να βρούμε το εμβαδόν των τριγώνων ΑΒΓ και ΚΛΜ;

Εργασίες

1. Σε τετραγωνισμένο χαρτί σχεδιάζουμε ένα τετράγωνο και ένα ορθογώνιο τρίγωνο πάνω στις γραμμές του πλέγματος.
Βάζω ✔ στην πρόταση που πιστεύω ότι είναι σωστή.

- Το εμβαδόν τετραγώνου = αριθμός σειρών x αριθμός γραμμών ☐
- Το εμβαδόν ορθογώνιου τριγώνου = αριθμός σειρών x αριθμός γραμμών ☐

2. Βάζω ✔ στην πρόταση που πιστεύω ότι είναι σωστή.

- Το εμβαδόν τετραγώνου με πλευρά 9 εκ. είναι:
  - 18 τ.εκ. ☐ • 81 τ.εκ. ☐ • 36 τ.εκ. ☐
- Το εμβαδόν ορθ. τριγώνου με κάθετες πλευρές 9 εκ. και 3 εκ. είναι:
  - 27 τ.εκ. ☐ • 12 τ.εκ. ☐ • 13,5 τ.εκ. ☐ • 24 τ.εκ. ☐
- Επαληθεύω τις εκτιμήσεις μου σχεδιάζοντας σε πλέγμα του ενός εκατοστόμετρου.

Συμπέρασμα

Εμβαδόν:

- ***Τετραγώνου:*** *πλευρά επί πλευρά. Παράδειγμα:* (3 εκ., 3 εκ.) = 3 εκ. x 3 εκ. = 9 τ.εκ.
- ***Ορθ. παρ/μου:*** *μήκος επί πλάτος. Παράδειγμα:* (4 εκ., 3 εκ.) = 4 εκ. x 3 εκ. = 12 τ.εκ.
- ***Ορθ. τριγώνου:*** $\frac{\text{γινόμενο των κάθετων πλευρών}}{2}$ *Παράδειγμα:*
  - (3 εκ., 3 εκ.) $= \frac{3 \text{ εκ. x } 3 \text{ εκ.}}{2} = 4{,}5$ τ.εκ.
  - (4 εκ., 3 εκ.) $= \frac{4 \text{ εκ. x } 3 \text{ εκ.}}{2} = 6$ τ.εκ.

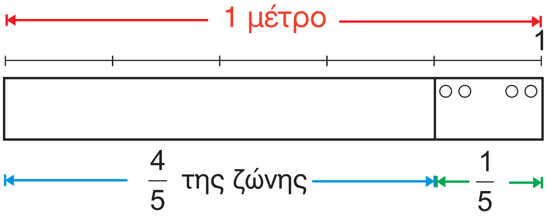
27 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων – Αντίστροφοι αριθμοί

ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΓΙΑ ΘΕΑΤΡΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πότε το γινόμενο δύο αριθμών είναι 1;

Τα παιδιά της Ε΄ Τάξης ετοιμάζουν τα κοστούμια τους για τη θεατρική τους παράσταση. Η Άννα και ο Μίλτος φτιάχνουν τις ζώνες τους από χαρτόνι μήκους ενός μέτρου.



Θα χρωματίσουν το μισό από τα $\frac{4}{5}$ της ζώνης με κόκκινο και το υπόλοιπο με πράσινο.

- Τι μέρος ολόκληρης της ζώνης θα είναι κόκκινο;

Για να χρωματίσω το μισό των $\frac{4}{5}$ της ζώνης, θα χωρίσω τα $\frac{4}{5}$ σε 2 ίσα μέρη, δηλαδή $\frac{4}{5}$: 2 < $\frac{2}{5}$ της ζώνης ή $\frac{4}{10}$ της ζώνης

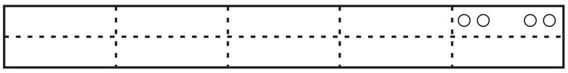
Θα χρωματίσω το $\frac{1}{2}$ των $\frac{4}{5}$ της ζώνης:
ή $\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$, δηλ. τα ..... της ζώνης.
ή το μισό από τα $\frac{4}{5}$, δηλ. τα 2 από τα 4 πέμπτα της ζώνης.

- Χρωματίζω τη ζώνη με 2 διαφορετικούς τρόπους, όπως προτείνουν τα παιδιά:

Το μισό από τα $\frac{4}{5}$ είναι:

- $\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5}$

ή

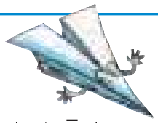
- $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{10}$ 

Συνολικά, κόκκινα είναι τα:

$\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{10}$ ή $\frac{\square}{\square}$ της ζώνης

Για να διαιρέσουμε ένα κλάσμα με έναν ακέραιο:
- **διαιρούμε τον αριθμητή** του κλάσματος **με τον ακέραιο**, π.χ. $\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5}$

  ή
- **πολλαπλασιάζουμε τον παρονομαστή** του κλάσματος **με τον ακέραιο**, π.χ. $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5 \times 2}$ ή $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10}$



Συζητάμε στην τάξη:
Γιατί όταν πολλαπλασιάζουμε κλάσματα που είναι μικρότερα από τη μονάδα, το γινόμενό τους είναι μικρότερο από κάθε κλάσμα που πολλαπλασιάζουμε;

Εργασίες

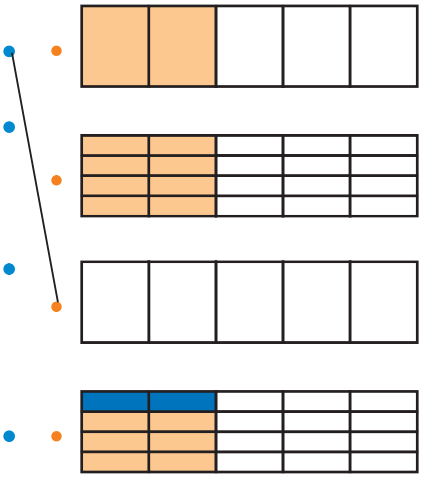
1. Αντιστοιχίζω τις οδηγίες με τα γεωμετρικά σχήματα που δείχνουν πώς χωρίζουμε τα $\frac{2}{5}$ σε 4 ίσα μέρη, δηλαδή πώς βρίσκουμε το $\frac{1}{4}$ των $\frac{2}{5}$ της μονάδας ή $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$ της μονάδας.

Α. Παίρνω τη μονάδα και τη χωρίζω σε 5 ίσα μέρη.

Β. Χρωματίζω τα 2 από τα 5 ίσα μέρη της μονάδας.

Γ. Χωρίζω το κάθε πέμπτο της μονάδας σε 4 ίσα μέρη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η μονάδα να χωριστεί σε 20 μέρη και τα $\frac{2}{5}$ να γίνουν $\frac{8}{20}$.

Δ. Σε κάθε ένα πέμπτο από τα δύο πέμπτα της μονάδας που είναι χρωματισμένα, χρωματίζω μπλε το 1 από τα 4 ίσα μέρη του.



- $\frac{2}{5}$ της μονάδας
- $\frac{2}{5}$ της μονάδας ή $\frac{8}{20}$
- 1 μονάδα ή $\frac{5}{5}$ της μονάδας
- $\frac{1}{4}$ των $\frac{2}{5}$ της μονάδας ή το $\frac{1}{4}$ των $\frac{8}{20}$, δηλαδή τα $\frac{2}{20}$ της μονάδας.

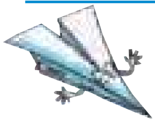
Το γινόμενο 2 κλασμάτων είναι ένα καινούριο κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

Παράδειγμα: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{6} = \frac{8}{18}$

2. Μια μονάδα μπορούμε να τη χωρίσουμε σε ίσα μέρη με διάφορους τρόπους:

- σε 2 κομμάτια που το καθένα θα είναι το μισό της μονάδας: $2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$
- σε 5 κομμάτια που το καθένα θα είναι το $\frac{1}{5}$ της μονάδας: $5 \times \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$

Οι αριθμοί 2 και $\frac{1}{2}$ ή 5 και $\frac{1}{5}$ λέγονται **αντίστροφοι**.



Δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι όταν το γινόμενό τους είναι 1.

Παράδειγμα: 35 και $\frac{1}{35}$ είναι αντίστροφοι, αφού $35 \times \frac{1}{35} = 1$

Συζητάμε στην τάξη ποια γινόμενα θα παίρναμε στις εργασίες 1 και 2 αν αντί για κλάσματα χρησιμοποιούσαμε τους δεκαδικούς αριθμούς που αντιστοιχούν σε κάθε κλάσμα.

Συμπέρασμα

- ***Το γινόμενο δύο αριθμών είναι ακριβώς 1*** *αν αυτοί οι αριθμοί είναι* ***αντίστροφοι****.*
- *Αν δύο αριθμοί είναι μικρότεροι από το 1, τότε το γινόμενό τους είναι μικρότερο από 1.*

Παράδειγμα: $\frac{1}{10}$ *των* $\frac{2}{10} = \frac{1}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{2}{100}$ *ή (0,1 x 0,2 = 0,02).*

28 Διαίρεση μέτρησης σε ομώνυμα κλάσματα

Η ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Τι μπορεί να δείχνει η διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων;

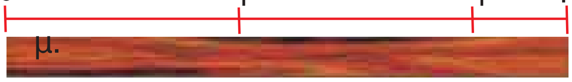
Η Νεφέλη με τον παππού της διαλέγουν τα ξύλα που θα χρειαστούν για τη βιβλιοθήκη της.

- Πόσες σανίδες αγόρασαν χωρίς να πετάξουν κανένα κομμάτι;

Συζητάμε στην τάξη πώς σκεφτήκαμε.

- Παρατηρώ:

Μια σανίδα 2,40 μ.



$2\frac{4}{10}$ μ. ή $\frac{240}{100}$ μ. μας δίνει:

- ... σανίδες των $\frac{40}{100}$ μ.
- ... σανίδες των $\frac{80}{100}$ μ.

ή

- Συμπληρώνω τον πίνακα:

	Με πολλαπλασιασμό	Με διαίρεση
• για ράφια των 40 εκ. ή 0,40 μ.	6 x ....εκ. = 240 εκ. 6 x ....μ. = 2,40 μ.	$\frac{240}{100}$ μ.: $\frac{40}{100}$ μ.= ....μ. : 0,40 μ. = ...
• για ράφια των 80 εκ. ή ...... μ.	3 x 80 εκ. = ... εκ. 3 x 0,80 μ. = ... μ.	$\frac{240}{100}$ μ.: $\frac{80}{100}$ μ.= .... : 0,80 μ. = ...

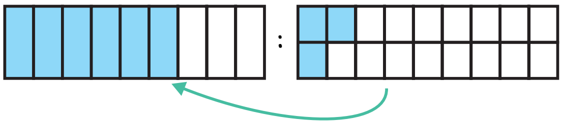
- Άρα, θα αγοράσουν ... σανίδες των 240 εκ. για τα 6 ράφια των 80 εκ. και ... σανίδα των 240 εκ.για τα 6 ράφια των 40 εκ. Συνολικά θα αγοράσουν ... σανίδες.

Εργασία

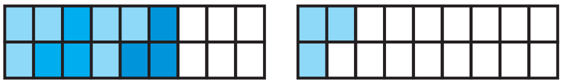
Παρατηρώ το παράδειγμα διαίρεσης μέτρησης (βρίσκουμε δηλαδή πόσες φορές χωράει η μια ποσότητα στην άλλη). Υπολογίζουμε τα αποτελέσματα στις υπόλοιπες διαιρέσεις μέτρησης (χρωματίζουμε όπου χρειάζεται).

Παράδειγμα:

- $\frac{6}{9}$ της μονάδας : $\frac{3}{18}$ της μονάδας



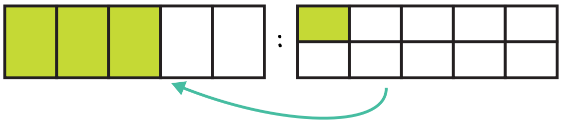
Πόσες φορές χωράει;

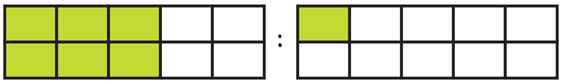


$\frac{12}{18} : \frac{3}{18} = 12 : 3 = 4$

δηλαδή τα $\frac{3}{18}$ χωράνε 4 φορές στα $\frac{12}{18}$

- $\frac{3}{5}$ της μονάδας: $\frac{1}{10}$ της μονάδας





$\frac{...}{10} : \frac{1}{10}$ = ... φορές

0,6 : 0,1 = ...

- Η μισή ώρα πόσα τέταρτα έχει;

$\frac{1}{2}$ της ώρας : $\frac{1}{4}$ της ώρας ή

$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{...}{60} : \frac{...}{60}$ = ... φορές.

Επαληθεύω με το ρολόι.

- Πόσα τέταρτα έχουν οι 2,5 ώρες;

$\frac{5}{2}$ της ώρας : $\frac{1}{4}$ της ώρας=

$\frac{...}{60}$ της ώρας : $\frac{...}{60}$ της ώρας=..... τέταρτα

Επαληθεύω με το ρολόι.

- Πόσες συσκευασίες καφέ των 125 γραμμ. χρειαζόμαστε για να αγοράσουμε 2,5 κιλά καφέ;

2,5 κ. : 0,125 κ. ή

$\frac{2.500}{1.000} : \frac{125}{1.000}$ =......... συσκευασίες

Συμπέρασμα

- *Όταν θέλω **να διαιρέσω 2 ετερώνυμα κλάσματα** που μπορώ εύκολα να τα μετατρέψω σε ομώνυμα, **κάνω τη μετατροπή και διαιρώ τους αριθμητές τους**.*
- *Το αποτέλεσμα της διαίρεσης μας δείχνει πόσες φορές χωράει το μικρότερο κλάσμα στο μεγαλύτερο.*

Παράδειγμα: Τα *πόσες φορές χωράνε στο* *ή 1,50 €;*

1,5 € : $\frac{1}{2}$ € = $\frac{15}{10} : \frac{1}{2} = \frac{15}{10} : \frac{5}{10}$ = 3 φορές ή $\frac{3}{2} : \frac{1}{2}$ = 3 φορές.

29 Σύνθετα προβλήματα - Επαλήθευση

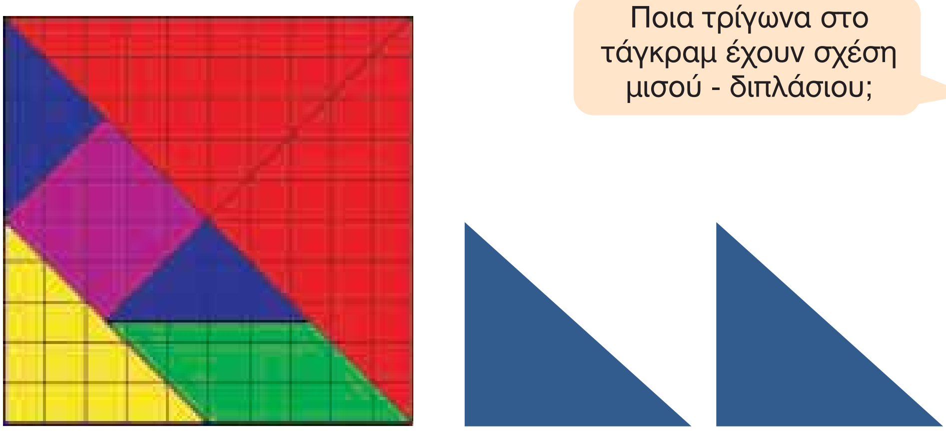
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΕΠΟΠΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς μπορούμε να είμαστε σίγουροι για τη λύση που βρήκαμε σε ένα πρόβλημα;

Από τα 7 κομμάτια του τάγκραμ παίρνω τα 2 πιο μικρά τρίγωνα.

- Τα ενώνω και φτιάχνω ένα καινούριο ορθογώνιο τρίγωνο.



Ποια τρίγωνα στο τάγκραμ έχουν σχέση μισού - διπλάσιου;

- Με 4 τέτοια τρίγωνα, τι γεωμετρικά σχήματα μπορούμε να φτιάξουμε;
- Τι σχέση έχει το εμβαδόν του μικρού τριγώνου με το εμβαδόν των γεωμετρικών σχημάτων που φτιάξαμε;

Συζητάμε στην τάξη τις απαντήσεις που δώσαμε.

Εργασίες

1. Φτιάχνουμε με όλα τα κομμάτια των 2 τάγκραμ δύο τετράγωνα.

Στη συνέχεια, με όλα πάλι τα κομμάτια φτιάχνουμε κάθε φορά:

- 1 μεγάλο τετράγωνο
- 4 ίσα τετράγωνα
- 1 μεγάλο ορθογώνιο τρίγωνο
- 4 ίσα ορθογώνια τρίγωνα

- Τι σχέση έχουν το μεγάλο τετράγωνο και το μεγάλο ορθογώνιο τρίγωνο;
- Τι σχέση έχει το καθένα από τα 4 ίσα τετράγωνα με το καθένα από τα 4 ίσα ορθογώνια τρίγωνα;

2. Ο πατέρας του Γεράσιμου είναι οδηγός νταλίκας. Κάθε εβδομάδα (7 ημέρες) οδηγεί κατά μέσο όρο 2.170 χμ. Πόσα χιλιόμετρα οδηγεί την ημέρα κατά μέσο όρο;

- Εκτιμώ: περίπου .... χμ. την ημέρα.

- Συμπληρώνω δύο διαφορετικές προτάσεις για τα χιλιόμετρα που μπορεί να έκανε καθημερινά την προηγούμενη εβδομάδα:

Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο	Κυριακή
....	....	....	....	....	....	0 χμ.
....	....	....	....	....	....	....

- Επαληθεύω με μια άλλη στρατηγική τη λύση που βρήκα.

Συζητάμε στην τάξη πώς σκεφτήκαμε να λύσουμε το πρόβλημα..

3. Η κυρία Ελένη έκοψε 3 ίσα κομμάτια από μια κόκκινη κορδέλα για να τυλίξει δώρα. Της περίσσεψαν 2,5 μ. Αν όλη η κορδέλα ήταν συνολικά 4,60 μ., πόσα εκατοστόμετρα μήκος είχε το κάθε κομμάτι που έκοψε;

- Εκτιμώ: .... εκ. ή .... μ.
- Υπολογίζω με ακρίβεια:
- Βρίσκω τρόπο να επαληθεύσω τη λύση που έδωσα.

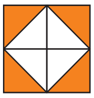
Συμπέρασμα

*Όταν λύνουμε ένα πρόβλημα, στο τέλος **ελέγχουμε** πάντα τη **λύση που δώσαμε**:*

- *Χρησιμοποιώντας μια **άλλη στρατηγική**.*
- *Συγκρίνοντας το τελικό αποτέλεσμα με την αρχική μας εκτίμηση.*

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

1) Να διαβάζω και να χρησιμοποιώ τα ποσοστά.

α)  είναι χρωματισμένο το $\frac{....}{....}$ ή ...,... ή ....%

β) αν είναι το 10% του συνολικού ποσού, πόσο είναι:

- το 20% ; ....€
- το 150% ; ....€

γ) Ο Μιχάλης αγόρασε ένα πατίνι. Η τιμή πώλησης ήταν 80 €, αλλά τελικά έγινε έκπτωση 15%. Πόσα πλήρωσε;

δ) Το 44% των παιδιών στο σχολείο του Αχιλλέα είναι αγόρια. Αν όλα τα παιδιά είναι 250, πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια;

ε) Σε ποια συσκευασία το 1 μπισκότο έχει λιγότερη ζάχαρη; (1 μπισκότο = 10 γραμμ.)

Στα 150 γραμμ. προϊόντος 25% ζάχαρη.

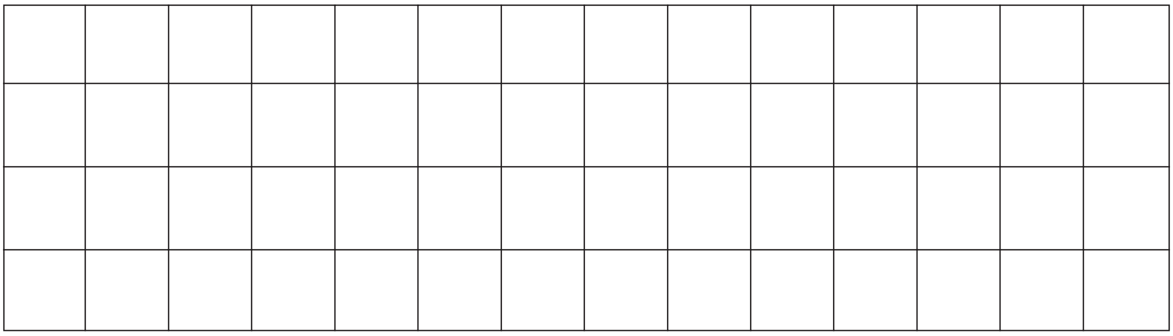
(α)

Στα 100 γραμμ. προϊόντος 30% ζάχαρη.

(β)

2) Να βρίσκω την περίμετρο και το εμβαδόν γεωμετρικών σχημάτων.

α) Φτιάχνω ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές
ΑΒ = 4 εκ. ΒΓ = 25% μεγαλύτερη από την ΑΒ.

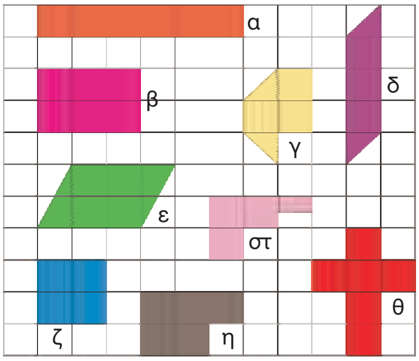


- Υπολογίζω την περίμετρό του.
- Υπολογίζω το εμβαδόν του.

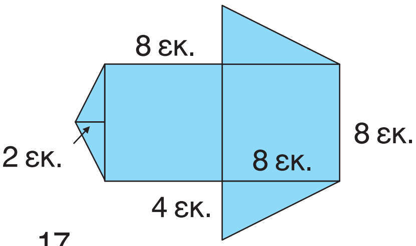
β) Ποια γεωμετρικά σχήματα έχουν:

- ίση περίμετρο;

- ίσο εμβαδόν;



γ) Βρίσκω το εμβαδόν του διπλανού σχήματος.



3) Να πολλαπλασιάζω κλάσματα. • $\frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \square$ • $\frac{\square}{\square} \times \frac{17}{68} = 1$

4) Να διαιρώ ομώνυμα κλάσματα. • $\frac{18}{20} : \frac{3}{60} = ...$ • $\frac{24}{5} : \frac{3}{50} =$ • $\frac{12}{36} : \frac{4}{36} = ...$

5) Να λύνω προβλήματα και να επαληθεύω τη λύση που έδωσα.

4,50€

Αν το 1,5 κιλό μαρμελάδας χύμα κοστίζει όσο τα $\frac{9}{10}$ του κιλού της συσκευασμένης, πόσο κοστίζει το 1 κιλό μαρμελάδας σε κάθε περίπτωση; Επαληθεύω.

Καταγράφω την προσωπική μου άποψη για τα κεφάλαια 22- 29:

- Μου έκανε εντύπωση:

  ....

  ....

- Με δυσκόλεψε πιο πολύ:

  ....

  ....

- Έμαθα πολύ καλά:

  ....

  ....

Φτιάχνουμε με την ομάδα μας ένα πρόβλημα που λύνεται με 2 διαφορετικές στρατηγικές. Προτείνουμε τη λύση του και επαληθεύουμε.

30

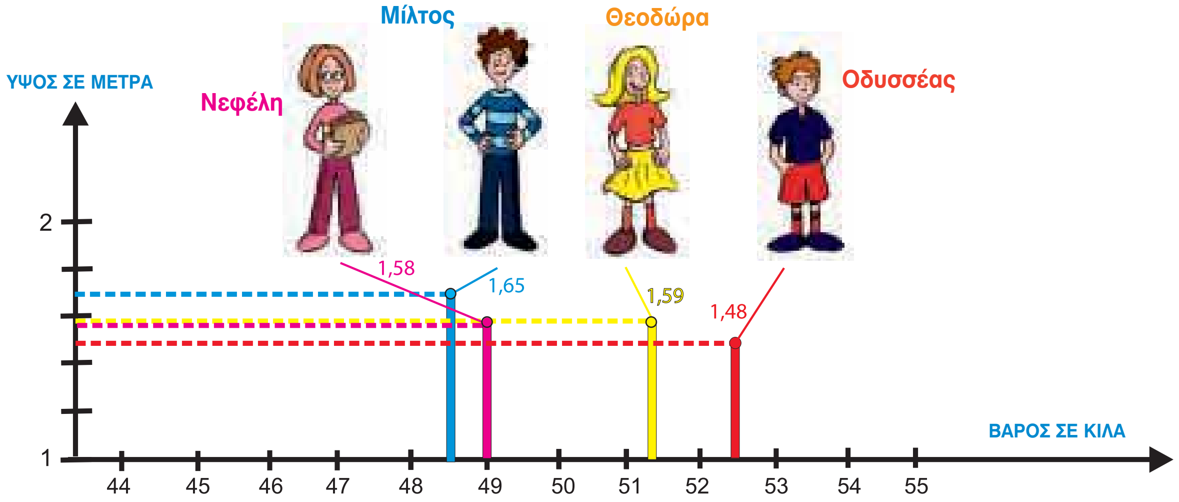
Μονάδες μέτρησης μήκους: μετατροπές (α)

ΣΩΜΑΤΟΜΕΤΡΙΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πόσο είναι το 1,5 εκατοστόμετρο (1,5 πόντος);

- Ποιο παιδί στην ομάδα έχει: • το μικρότερο βάρος; ....
  • το μεγαλύτερο βάρος; ....



- Ποιο είναι το πιο ψηλό παιδί; ....
- Ποιο παιδί είναι το πιο αδύνατο και το πιο ψηλό ταυτόχρονα; ....
- Στο τέλος της χρονιάς η Νεφέλη ψήλωσε 3,5 πόντους. Υπολογίζω πόσο θα είναι το ύψος της: ....

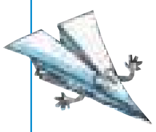
Εργασίες

1. Σημειώνω 2 μετρήσεις με ακρίβεια που έκανα με τον διπλανό μου στην τάξη.

.... μ.	.... μ.
.... εκ.	.... εκ.

Μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το μέτρο.

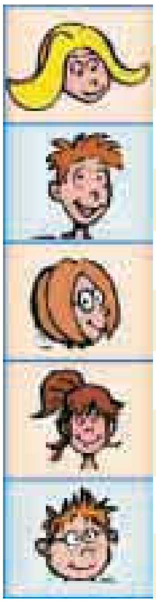
Υποδιαιρέσεις του μέτρου είναι:



• δεκατόμετρο ($\frac{1}{10}$ μ. ή 0,10 μ.)	➔ 10 δεκατόμετρα = 1 μ.
• εκατοστόμετρο ($\frac{1}{100}$ μ. ή 0,01 μ.)	➔ 100 εκατοστόμετρα = 1 μ.
• χιλιοστόμετρο ($\frac{1}{1.000}$ μ. ή 0,001 μ.)	➔ 100 χιλιοστόμετρα = 1 μ.

Μεγάλη μονάδα μέτρησης μήκους είναι το χιλιόμετρο (χμ.). 1.000 μ. = 1 χμ.

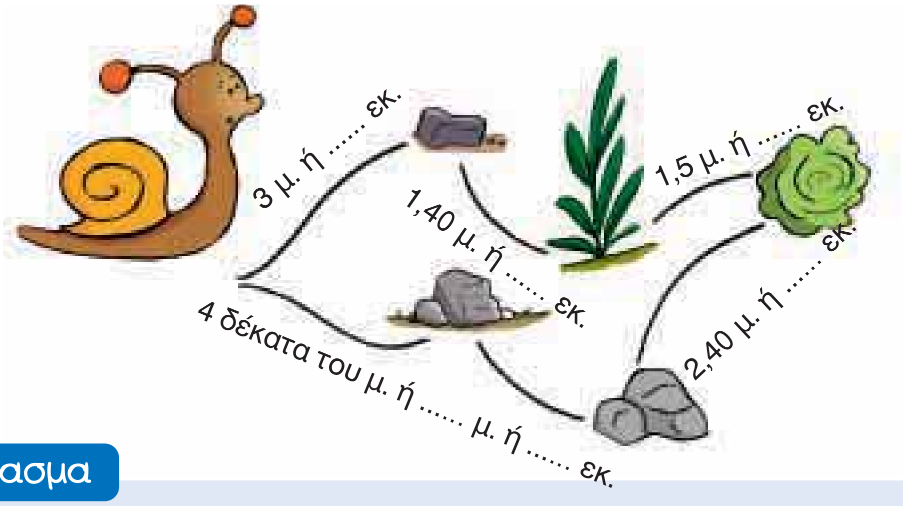
2. Παρατηρώ τις μετατροπές που κάνουν τα παιδιά. Εξηγώ, όπως στο παράδειγμα, και συμπληρώνω όπου χρειάζεται:



- 15 δεκατόμετρα = 1,5 μ.
  Εξηγώ: 10 δεκ. + 5 δεκ., $\frac{10}{10}$ μ. + $\frac{5}{10}$ μ. = 1 μ. και $\frac{5}{10}$ μ. = 1,5 μ.
- 1,10 χμ. = ... μ.
  Εξηγώ: ....
- 1,5 εκ. = ... μ.
  Εξηγώ: ....
- 2,5 μέτρα = ... εκ.
  Εξηγώ: ....
- 2,5 δεκ. = ... χιλιοστ. ή .... μ.
  Εξηγώ: ....

- Διατάσσω τα παραπάνω μήκη από το μικρότερο στο μεγαλύτερο:
  .... < .... < .... < .... < ....

3. Ποια είναι η πιο σύντομη διαδρομή για το σαλιγκάρι προκειμένου να φτάσει στο μαρούλι; Υπολογίζω σε:
- μέτρα
- εκατοστόμετρα



Συμπέρασμα

*Όταν θέλουμε **να μετατρέψουμε μια μονάδα** μέτρησης μήκους **σε μικρότερη**, **πολλαπλασιάζουμε με 10, 100, 1.000**. Παραδείγματα:*

Τα 3,5 μ. είναι
- *3,5 x 10 = 35 δεκ.*
- *3,5 x 100 = 350 εκ.*
- *3,5 x 1.000 = 3.500 χιλ.*

Τα 0,7 χμ. είναι 0,7 x 1.000 μ. = 700 μ.

31 Μονάδες μέτρησης μήκους: μετατροπές (β)

ΒΟΥΝΑ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΕΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς είμαστε σίγουροι για τις μετατροπές μήκους που κάνουμε;

Στο μάθημα της Γεωγραφίας τα παιδιά βρήκαν στο χάρτη ότι το πιο ψηλό βουνό της Ελλάδας είναι ο Όλυμπος με ύψος δύο χιλιάδες εννιακόσια δεκαεπτά μέτρα και το πιο βαθύ σημείο των ελληνικών θαλασσών βρίσκεται στα ανοικτά της Πύλου με βάθος πέντε χιλιάδες πεντακόσια μέτρα.

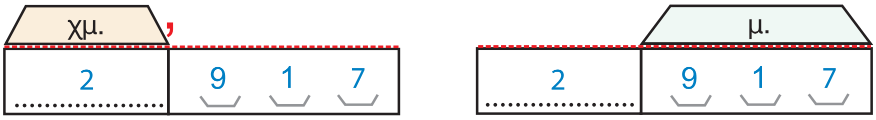
- Εκτιμώ ποιες από τις συμβολικές γραφές αντιστοιχούν στους παραπάνω αριθμούς:
  - Α) 2.917 μ. 2,917 χμ. 2.917 χμ. 2,917 μ. 291.700 δεκ.
  - Β) 5.005 μ. 5,000500 χμ. 5,500 χμ. 5.500 μ. 55.000 δεκ.
- Χρησιμοποιώ τους «άβακες» του μήκους για να ελέγξω τις εκτιμήσεις μου:

1.000 μ.	100 μ.	10 μ.	1 μ.	$\frac{1}{10}$ μ.	$\frac{1}{100}$ μ.	$\frac{1}{1.000}$ μ.	
2	9	1	7				2.917 **μ.**
2	9	1	7	0			29.170 **δεκ.** ή 2.917,0 μ.
2	9	1	7	0	0		291.700 **εκ.** ή 2.917,00 μ.
2	9	1	7	0	0	0	2.917.000 **χιλ.** ή 2.917,000 μ.

- Τι αξία έχουν τα 0 μετά την υποδιαστολή; Εξηγώ.

1.000 μ.	100 μ.	10 μ.	1 μ.	$\frac{1}{10}$ μ.	$\frac{1}{100}$ μ.	$\frac{1}{1.000}$ μ.	
2	9	1	7				2.917 **μ.** ή 2,917 χμ.
2	9	1	7	0			29.170 **δεκ.** ή 2,9170 χμ.

Χρησιμοποιώ το μετατροπέα μήκους για να επαληθεύω τις μετατροπές που κάνω.



2,917 χμ. ή 2.917 μ.

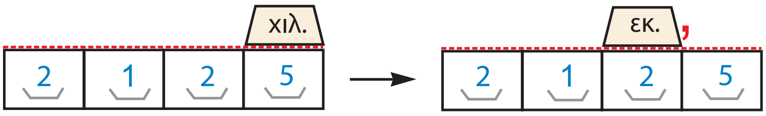
Με την ομάδα μου χρησιμοποιούμε τους άβακες του μήκους αντίστοιχα για να επαληθεύσουμε τις εκτιμήσεις μας για το βαθύτερο σημείο της ελληνικής θάλασσας.

Εργασίες

1. Μετατρέπω τα 2.125 χιλιοστόμετρα σε εκατοστόμετρα, δεκατόμετρα και μέτρα. Ελέγχω με το μετατροπέα μήκους όπως στο παράδειγμα:

- εκ. — Επειδή 10 χιλ. = 1 εκ. για να κάνω τη μετατροπή:
  - 2.125 : 10 = 212,5 εκ.
  - ή $\frac{1}{10}$ x 2.125 = 212,5 εκ.
  - ή 0,1 x 2.125 = 212,5 εκ.

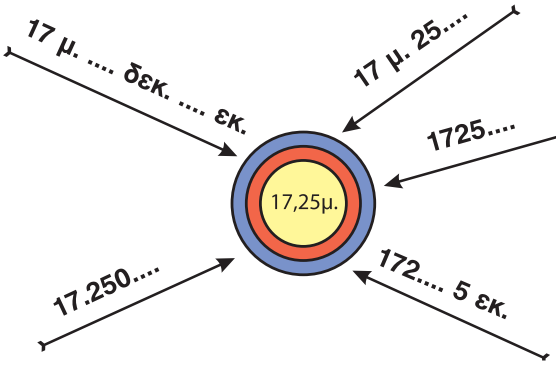
ελέγχω με το μετατροπέα μήκους:



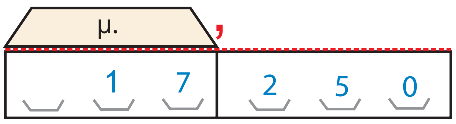
- δεκ. — Επειδή 100 χιλ. = 1 δεκ. για να κάνω τη μετατροπή:
  - 2.125 : 100
  - ή =...........
  - ή

- μ. — Επειδή .... χιλ. = 1 μ. για να κάνω τη μετατροπή:
  - =...........
  - ή
  - ή

2. Συμπληρώνω στον αριθμό-στόχο ό,τι λείπει:

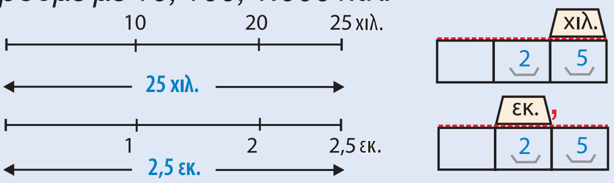


Επαληθεύω με το μετατροπέα.



Συμπέρασμα *Όταν θέλουμε **να μετατρέψουμε μια μονάδα μέτρησης μήκους σε μεγαλύτερη**, διαιρούμε με 10, 100, 1.000 κτλ.*

*Παράδειγμα: **25 χιλ. είναι:***
25 : 10 = 2,5 εκ.
25 : 100 = 0,25 δεκ.
25 : 1.000 = 0,025 μ.



32 Μονάδες μέτρησης επιφάνειας: μετατροπές

ΤΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟ ΜΕΤΡΟ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

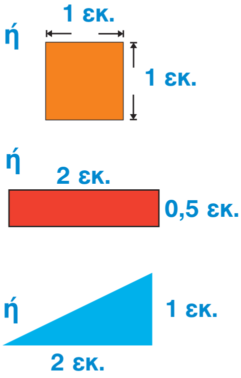
Πόση επιφάνεια καλύπτει ένα τετραγωνικό μέτρο;

Στο 1ο Δημοτικό Ολοήμερο Σχολείο της Πορταριάς, τα παιδιά ελέγχουν πόση επιφάνεια καλύπτει:

1 τ.μ.
ή
- **1 τετράγωνο με πλευρά 1 μ.**
ή
- **1 ορθ. παραλληλόγραμμο με πλευρές 2 μ. και 0,5 μ.**
ή
- **1 ορθ. τρίγωνο με πλευρές 2 μ. και 1 μ..**

1 τ. δεκ.
ή
- **1 τετράγωνο με πλευρά 1 δεκ.**
ή
- **1 ορθ. παραλληλόγραμμο με πλευρές 20 εκ. και 5 εκ.**
ή
- **1 ορθ. τρίγωνο με πλευρές 20 εκ. και 10 εκ.**

1 τ.εκ.



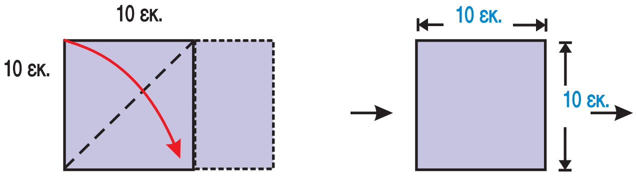
Εκτιμώ: Βάζω ✔ στην πρόταση που θεωρώ ότι είναι σωστή.

- **1 τ.μ. καλύπτει περίπου** την επιφάνεια
  - του θρανίου μου ☐
  - του πίνακα ☐
  - της παλάμης μου ☐

- **1 τ.δεκ. καλύπτει περίπου** την επιφάνεια
  - του σφουγγαριού του πίνακα ☐
  - του βιβλίου των μαθητών ☐
  - της γόμας μου ☐

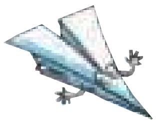
- **1 τ.εκ. καλύπτει περίπου την επιφάνεια**
  - του νυχιού μου ☐
  - της παλάμης μου ☐
  - του τετραδίου των μαθητών ☐

- Επαληθεύω τις εκτιμήσεις μου χρησιμοποιώντας το τ.μ. και το τ.δεκ. που φτιάχνω με την ομάδα μου.
- Παίρνουμε 1 σελίδα Α4. Φτιάχνω τετράγωνο με πλευρά 10 εκ.

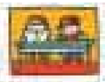


1 τ.δεκ.

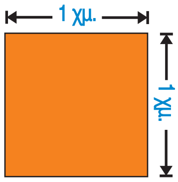
Ποιο παιδί έχει δίκιο; Συζητάμε στην τάξη. Εξηγούμε με εποπτικό υλικό.



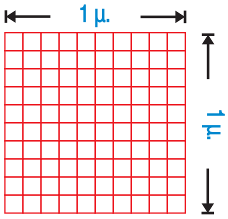
- 1 μ. = 100 εκ., άρα 1 τ.μ. = 1 μ. x 1 μ. = 100 εκ. x 100 εκ. = 10.000 τ.εκ.
- 1 μ. = 10 δεκ., άρα 1 τ.μ. = 10 δεκ. x 10 δεκ. = 100 τ.δεκ.
- 1 δεκ. = 10 εκ., άρα 1 τ.δεκ. = 10 εκ. x 10 εκ. = 100 τ.εκ.



- Μπορούμε να βρούμε: 1 τ.χμ. = ... τ.μ.
- Συζητάμε στην τάξη για τη λύση που βρήκαμε.
- Επαληθεύουμε με το μετατροπέα επιφάνειας.
- Αν το 1 στρέμμα έχει επιφάνεια 1.000 τ.μ., τι σχέση έχει το στρέμμα με το τ.χμ.;



Εργασία

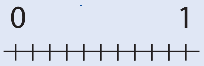


- Σε χρωματιστό χαρτόνι φτιάχνουμε τετράγωνο με πλευρά 1 μ. Πόσα τ.δεκ. χωράνε στο τετραγωνικό μέτρο; Εκτιμώ: Περίπου ....
- Ελέγχω με το τ.δεκ.: σχεδιάζω το περίγραμμά του πάνω στο χαρτόνι.

Συμπέρασμα

- *Όταν μετράμε μήκος, **κάθε υποδιαίρεση** είναι **10 φορές μικρότερη** της αμέσως μεγαλύτερης μονάδας.*

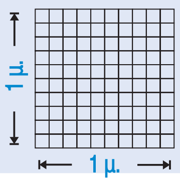
- **Μονάδες μέτρησης μήκους**



1 μ. (x 10 / : 10) 1 δεκ. = 0,1 μ. = $\frac{1}{10}$ μ. (x 10 / : 10) 1 εκ. = 0,01 μ. = $\frac{1}{100}$ μ. (x 10 / : 10) 1 χιλ. = 0,001 μ. = $\frac{1}{1.000}$ μ.

- *Όταν μετράμε επιφάνεια, **κάθε υποδιαίρεση** είναι **100 φορές μικρότερη** της αμέσως μεγαλύτερης μονάδας.*

- **Μονάδες μέτρησης επιφάνειας**



1 τ.μ. (x 100 / : 100) 1 τ.δεκ. = 0,01 τ.μ. = $\frac{1}{100}$ τ.μ. (x 100 / : 100) 1 τ.εκ. = 0,0001 τ.μ. = $\frac{1}{10.000}$ τ.μ. (x 100 / : 100) 1 τ.χιλ. = 0,000001 τ.μ. = $\frac{1}{1.000.000}$ τ.μ.

33 Προβλήματα γεωμετρίας (α)

ΟΙ ΧΑΡΤΑΕΤΟΙ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Μια επιφάνεια πρέπει να έχει σχήμα τετραγώνου για να μπορώ να μετρήσω εύκολα το εμβαδόν της;

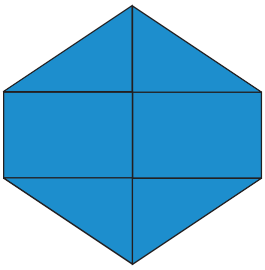
Στο σχολείο του Νικήτα, στην Καλαμάτα, τα παιδιά της Ε΄ Τάξης χωρίστηκαν σε ομάδες για να φτιάξουν χαρταετούς για την Καθαρή Δευτέρα.
Πόσο χαρτί χρειάζονται για κάθε χαρταετό;

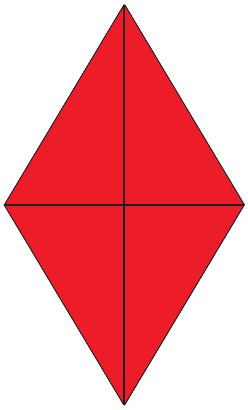
Αν τα κομμάτια ήταν τετράγωνα, θα ήταν εύκολο!

Το τετράγωνο μπορούμε να το φτιάξουμε από άλλα σχήματα!

Συζητάμε στην τάξη για τα σχήματα που φτιάχνουν τους χαρταετούς.
Τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα επιμέρους σχήματα κάθε χαρταετού;

- Κόβω από το Παράρτημα τα μέρη κάθε χαρταετού.

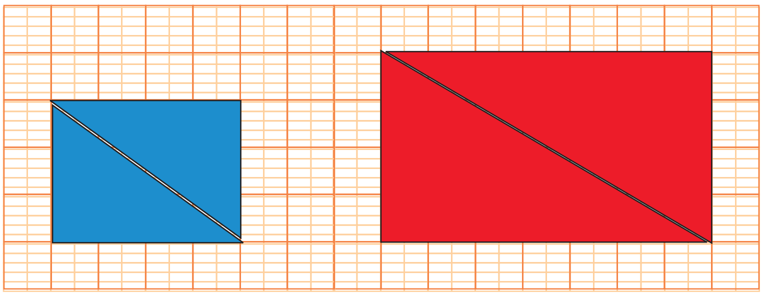




- Με την ομάδα μου συνθέτουμε τα κομμάτια κάθε χαρταετού σε ορθογώνια παραλληλόγραμμα.
- Παρατηρούμε τα σχήματα που δημιουργήσαμε.

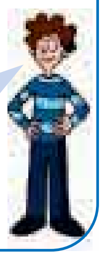
• 1ος χαρταετός	• 2ος χαρταετός
.... ορθογώνια παραλληλόγραμμα με διαστάσεις .... εκ. και .... εκ.	.... ορθογώνια παραλληλόγραμμα με διαστάσεις .... εκ. και .... εκ.

- Κολλάμε στο μιλιμετρέ χαρτί 2 από τα κομμάτια του κάθε χαρταετού φτιάχνοντας **ένα από τα παραλληλόγραμμα** που αποτελούν τον κάθε χαρταετό:



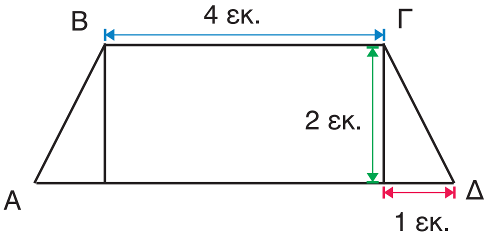
- Πόσο είναι το εμβαδόν κάθε ορθογώνιου παραλληλόγραμμου;
  - μπλε: .... τ.εκ.
  - κόκκινο: .... τ.εκ.
- Πόσο είναι το εμβαδόν κάθε χαρταετού;
  - του κόκκινου:
  - του μπλε:
- Άρα, θα χρησιμοποιήσουμε πιο πολύ χαρτί για τον .... χαρταετό.
- Συμφωνώ με τη σκέψη του Μίλτου; Εξηγώ πώς θα μπορούσαμε να λύσουμε το πρόβλημα χωρίς μιλιμετρέ χαρτί.

Μπορούμε να το λύσουμε χωρίς μιλιμετρέ χαρτί!



Εργασία

Πώς μπορούμε να βρούμε το εμβαδόν του ΑΒΓΔ; Εξηγώ.



Συμπέρασμα

Μπορούμε ***να υπολογίσουμε το εμβαδόν ενός γεωμετρικού σχήματος αν το ανασυνθέσουμε ή το αναλύσουμε σε άλλα γεωμετρικά σχήματα****, στα οποία εύκολα μπορούμε να υπολογίσουμε το εμβαδόν.*

34 Διαίρεση ακεραίου και κλάσματος με κλάσμα

ΓΑΛΑ ΜΕ ΔΗΜΗΤΡΙΑΚΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς μπορώ να μοιράσω τα $\frac{3}{5}$ μιας σοκολάτας σε 4 παιδιά;

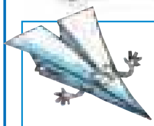
Ο Νικόλας με τα αδέρφια του τρώνε κάθε πρωί γάλα με δημητριακά. Στο μπουκάλι υπάρχουν $\frac{3}{5}$ του λίτρου γάλα ή 3 x $\frac{1}{5}$ του λίτρου ή 3 x 200 χιλιοστόλιτρα (ml).
Δηλαδή .... ml.

- Τα 4 παιδιά μοιράστηκαν εξίσου το γάλα. Τι ποσότητα γάλα αντιστοιχεί σε κάθε παιδί;

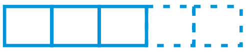
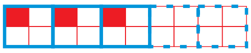
Συζητάμε στην τάξη στρατηγικές για να προτείνουμε λύσεις.

Για να μοιράσω τα $\frac{3}{5}$ λίτρα γάλα σε 4 ίσα μέρη, θα κάνω τη διαίρεση $\frac{3}{5}$: 4.

Έχω μια ιδέα! Αφού θα μοιράσουμε εξίσου το γάλα στα 4 μπολ, άρα το κάθε θα περιέχει το $\frac{1}{4}$ της ποσότητας από το γάλα. Δηλαδή κάθε παιδί θα πιει το $\frac{1}{4}$ των $\frac{3}{5}$ του λίτρου ή $\frac{1}{4}$ x $\frac{3}{5}$ δηλαδή $\frac{...}{...}$ του λίτρου γάλα.



Αντί να κάνουμε τη διαίρεση $\frac{3}{5}$: 4, μπορούμε **να κάνουμε πολλαπλασιασμό με τον αντίστροφο αριθμό** του 4, δηλαδή $\frac{1}{4}$ x $\frac{3}{5}$ ή $\frac{3}{5}$ x $\frac{1}{4}$

Άρα $\frac{3}{5}$: 4 = $\frac{3}{5}$ x $\frac{1}{4}$ = $\frac{3}{20}$ ή  : 4 μας δίνει 

Εργασίες

1. Με 1 $\frac{1}{2}$ λ. φτιάξαμε κρέμα. Κάθε μπολάκι χωράει $\frac{3}{8}$ του λίτρου κρέμα.

Πόσα μπολάκια θα γεμίσουμε;

Θα υπολογίσω πόσες φορές χωράνε τα $\frac{3}{8}$ στο $1\frac{1}{2}$ λ.

Δηλαδή $1\frac{1}{2}$ λ. : $\frac{3}{8}$ λ. δηλαδή $\frac{3}{2} : \frac{3}{8}$ ή $\frac{12}{8} : \frac{3}{8}$,

άρα 12 : 3 = ... μπολάκια.

Αντί να κάνω διαίρεση,
μπορώ να αντιστρέψω το κλάσμα και να κάνω πολλαπλασιασμό:

$\frac{3}{2} : \frac{\boxed{3}}{8} = \frac{3}{2} \times \frac{8}{\boxed{}} = \frac{....}{.....}$, δηλαδή θα γεμίσουμε .... μπολάκια.

2. Από μια κόλλα Α4 φτιάχνουμε ένα τετράγωνο. Το κόβουμε σε 4 ίσα τρίγωνα. Κάθε τρίγωνο το κόβουμε σε 2 ίσα μέρη. Πόσα τρίγωνα φτιάξαμε;

- Ποια σχέση έχει το εμβαδόν κάθε μικρού τριγώνου με το εμβαδόν του τετραγώνου;
- Πόσες φορές χωράει το μικρό τρίγωνο στο τετράγωνο;
- Βάζω ✔ στην έκφραση που δείχνει αυτή τη σχέση.

• $1 : \frac{1}{8}$ ☐ • $\frac{1}{8} : 1$ ☐ • Πόσες φορές χωράει το $\frac{1}{8}$ στο 1 ☐

- Υπολογίζω το αποτέλεσμα με όποιον τρόπο θέλω.

3. Η ομάδα του Αντρέα νίκησε στο διαγωνισμό χαρταετού. Έφτιαξαν το χαρταετό τους με ίσα χρωματιστά τριγωνικά κομμάτια. Το καθένα είχε επιφάνεια $\frac{2}{3}$ τ.μ. Αν ο χαρταετός είχε συνολική επιφάνεια $2\frac{2}{3}$ τ.μ., πόσα κομμάτια χρησιμοποίησαν;

Εκτιμώ: περίπου .... κομμάτια.

Υπολογίζω με ακρίβεια:

Συμπέρασμα

*Για να **διαιρέσουμε** έναν ακέραιο **αριθμό με ένα κλάσμα** ή **ένα κλάσμα με ένα άλλο κλάσμα** ή **ένα κλάσμα με έναν ακέραιο, μπορούμε να αντιστρέψουμε τους όρους του διαιρέτη** (κλάσμα ή ακέραιος) και **αντί για διαίρεση να κάνουμε πολλαπλασιασμό**.*

Παραδείγματα:

- $5 : \frac{5}{6} = 5 \times \frac{6}{5} = \frac{30}{5} = 6$
- $\frac{4}{5} : \frac{1}{10} = \frac{4}{5} \times \frac{10}{1} = \frac{40}{5} = 8$
- $\frac{5}{8} : 4 = \frac{5}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{32}$
- $\frac{7}{8} : \frac{1}{2} = \frac{7}{8} \times \frac{2}{1} = \frac{14}{8}$

35 Στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ Ή ΔΙΑΙΡΕΣΗ;

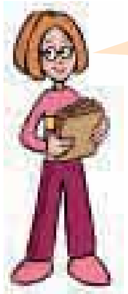
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πότε κάνουμε διαίρεση και πότε πολλαπλασιασμό;

Τι στρατηγικές χρησιμοποιούν τα παιδιά;

- Συμπληρώνω ό,τι λείπει. Προτείνω λύση στα παρακάτω προβλήματα.

α.



Κάθε χυμός κοστίζει 2,5€. Πόσο κοστίζουν 14 ίδιοι χυμοί;

Οι 4 χυμοί κοστίζουν 10€. Πόσους ίδιους χυμούς μπορώ να αγοράσω με 40€;

Κοστίζουν: .... €

Μπορώ να αγοράσω: ....

β.

Μοιράστηκα με τους φίλους μου εξίσου 5 ίδιες σοκολάτες. Καθένας πήρε 1/3 της σοκολάτας. Πόσα παιδιά ήμασταν;

Στην παρέα είμαστε 8 παιδιά. Πόσες ίδιες σοκολάτες θα αγοράσουμε, ώστε να φάει ο καθένας από $\frac{1}{4}$ της σοκολάτας;

- Ποια παιδιά υπολόγισαν με διαίρεση και ποια με πολλαπλασιασμό;

Συζητάμε στην τάξη τις στρατηγικές που βρήκαμε για να λύσουμε τα προβλήματα.

Εργασίες

1. Με την ομάδα μου μοιραζόμαστε 5€. Ο καθένας πήρε .... €. (Χρησιμοποιούμε ψεύτικα ευρώ.) Συζητάμε τους τρόπους μοιρασιάς που βρήκαμε.

2. Παρατηρούμε τις διαιρέσεις και τους πολλαπλασιασμούς. Ποιοι αριθμοί λείπουν; Συμπληρώνω:

- 24 : 4 = ... 24 = 4 x .....
- 124 : 4 =...... 124 = 4 x ......
- 6 : 4 = ... 6 = 4 x .....
- 240 : 60 =....... 240 : 60 = ...

3. Τα 3 λίτρα γάλα κοστίζουν 5,70 €. Πόσο κοστίζει το 1 λίτρο γάλα;

Εκτιμώ βάζοντας ✔
- περισσότερο από 2€ ☐
- λιγότερο από 2€ ☐

Υπολογίζω με ακρίβεια με 2 διαφορετικούς τρόπους:

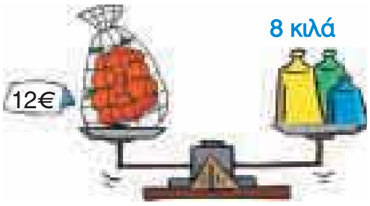
4. Τα γραμματόσημα μίας καρτέλας κοστίζουν 26,40 €. Πόσο κοστίζει το $\frac{1}{8}$ των γραμματοσήμων της καρτέλας;

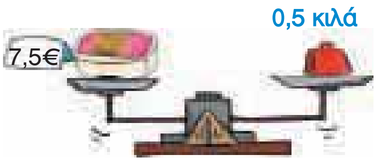
Εκτιμώ βάζοντας ✔
- περισσότερο από 3€ ☐
- λιγότερο από 3€ ☐

Υπολογίζω με ακρίβεια με 2 διαφορετικούς τρόπους.

Πόσο κοστίζει:
- το $\frac{1}{4}$ της καρτέλας;
- το $\frac{1}{12}$ της καρτέλας;
- το 1 γραμματόσημο;

5. Πόσο κάνει κάθε φορά το 1 κιλό;





5. Φτιάχνω με τον διπλανό μου ένα πρόβλημα διαίρεσης και ένα πολλαπλασιασμού χρησιμοποιώντας τους ίδιους αριθμούς ως δεδομένα.

Συμπέρασμα ***Για κάθε πρόβλημα μπορώ να βρω διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης***. *Το ίδιο πρόβλημα μπορώ να το λύσω είτε υπολογίζοντας με πολλαπλασιασμό είτε υπολογίζοντας με διαίρεση.*

Παράδειγμα: • 24,40 € : 4 = 6,10 € ή $\frac{1}{4}$ x 24,40 € ή $\frac{1}{4}$ των 24 € και $\frac{1}{4}$ των 40 λ.

ή 0,25 x 24,40 €

Επαναληπτικό 5

Κεφάλαια 30-35

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

1) Να κάνω υπολογισμούς και μετατροπές με τις μονάδες μέτρησης μήκους.

- Ένα πόνι φτάνει σε ύψος περίπου 0,95 μ. Μια καμηλοπάρδαλη είναι έξι φορές ψηλότερη. Πόσο ύψος έχει η καμηλοπάρδαλη; Περίπου: .... μ.

Υπολογίζω με ακρίβεια: ..... μ. ή ..... εκ. ή ..... δεκ.

- Βάζω ✔ στο σωστό.

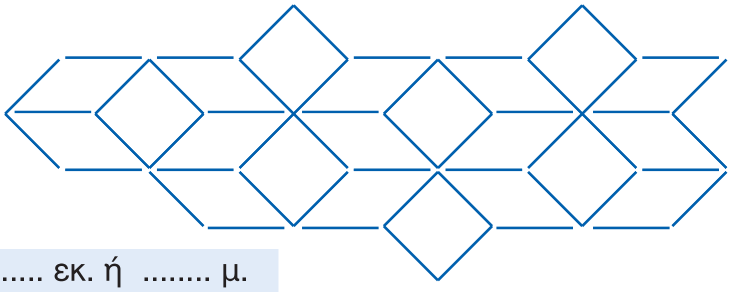
Τα $\frac{2}{5}$ των 10 μ. είναι:

$\frac{20}{50}$ μ. ☐ 4 μ. ☐ $\frac{20}{5}$ μ. ☐

Τα $\frac{2}{5}$ του $\frac{1}{10}$ του μ. είναι:

4 εκ. ☐ $\frac{5}{20}$ μ. ☐ $\frac{20}{50}$ μ. ☐ $\frac{4}{100}$ μ. ☐

- Τα $\frac{4}{5}$ του 1 χμ. είναι .... μ. ή .... χμ.
- Τα $\frac{5}{8}$ του χμ. είναι .... μ. ή .... χμ.
- Πόσα μέτρα είναι η περίμετρος του παρακάτω σχήματος αν ——— = 1,9 εκ.;



- Περίπου: .... εκ. ή .... μ.

- Υπολογίζουμε με ακρίβεια: σε εκ., δεκ. και σε μ.

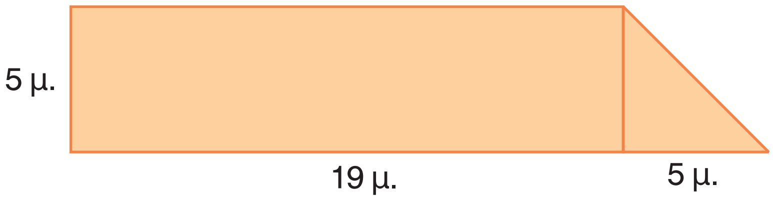
- Πόσα δεκατόμετρα είναι τα 35 χιλιοστά; Εξηγώ:

2) Να κάνω μετατροπές και υπολογισμούς με τις μονάδες μέτρησης επιφάνειας.

- Ένα τετράγωνο έχει πλευρά 25 εκ. Πόσο είναι το εμβαδόν του;

Περίπου .... τ.εκ.	Υπολογίζουμε με ακρίβεια: .... τ.εκ. ή .... τ.δεκ. ή ...... τ.μ.

- Πόση επιφάνεια καλύπτει ο λαχανόκηπος του παππού;



Εκτιμώ: ..... τ.μ.	Υπολογίζω με ακρίβεια:

3) Να διαιρώ ακέραιο ή κλάσμα με κλάσμα.

$15 : \frac{1}{2} =$ $\frac{2}{3} : \frac{4}{16} =$ $\frac{5}{20} : \frac{3}{4} =$ $\frac{1}{4} : \frac{1}{4} =$

4) Να λύνω προβλήματα με διαφορετικές στρατηγικές.

Στο ταξίδι από την Αθήνα προς το Πόρτο Χέλι, ο Ηλίας είδε ότι η πινακίδα έδειχνε:

ΠΟΡΤΟ ΧΕΛΙ
185 χμ.

- Αν η απόσταση Αθήνα - Πόρτο Χέλι είναι 225 χμ., πόσα χιλιόμετρα έχουν διανύσει ως εκείνη τη στιγμή;
- Αν ο χιλιομετρητής στο Πόρτο Χέλι δείχνει 49.789 χμ., πόσο έδειχνε:
  - στην Αθήνα;
  - στο σημείο όπου ο Ηλίας είδε την πινακίδα;

Φτιάχνουμε με την ομάδα μας ένα πρόβλημα για την τράπεζα εργασιών της τάξης που ικανοποιεί την παρακάτω προϋπόθεση:

Να χρησιμοποιούμε το μέτρο και τις υποδιαιρέσεις του.
Να χρησιμοποιούμε κλάσματα.

36 Διαιρέτες και πολλαπλάσια

ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΜΕ ΜΟΥΣΙΚΑ ΟΡΓΑΝΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Τι σχέση έχουν τα μαθηματικά με τη μουσική;

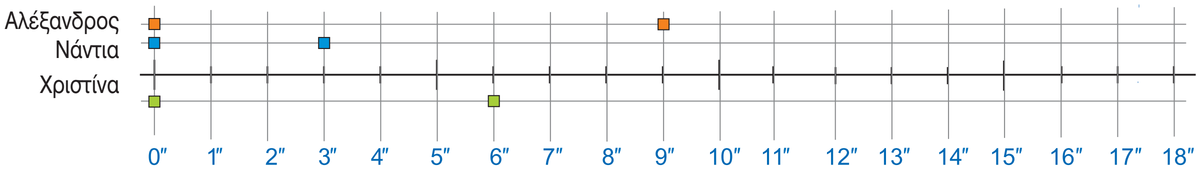
Αλέξανδρος:
τύμπανο
ρυθμός κάθε 9΄΄
1 χτύπημα

Νάντια:
τρίγωνο
ρυθμός κάθε 3΄΄
1 χτύπημα

Χριστίνα:
ταμπούρο
ρυθμός κάθε 6΄΄
1 χτύπημα

- Πόσες φορές θα ακουστούν όλοι μαζί σε 3 λεπτά (180΄΄);

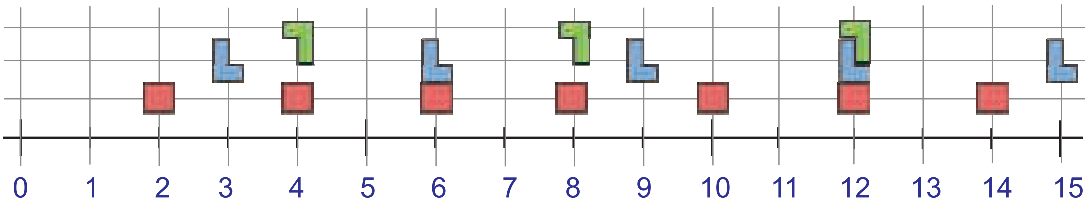
Συμπληρώνω στην αριθμογραμμή των 18΄΄ πότε ακούγονται τα όργανα των παιδιών:



- Πόσες φορές χτύπησαν στα 18΄΄ και τα τρία παιδιά μαζί; ....
- η Νάντια και η Χριστίνα .... • η Νάντια και ο Αλέξανδρος ....

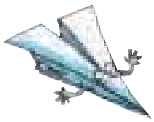
Εργασίες

1. Αν συνεχίζαμε με τις αριθμητικές αλυσίδες του 2, του 3 και του 4 μέχρι το 60, πόσους κοινούς αριθμούς θα συναντούσαμε;

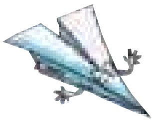


- Παρατηρώ και προτείνω τους κοινούς αριθμούς:

Το 12 είναι ο πρώτος αριθμός που είναι κοινός και στις 3 αριθμητικές αλυσίδες.
Ποιος θα είναι ο επόμενος; ....

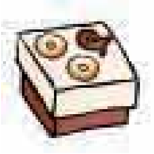


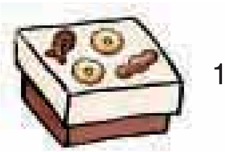
Πολλαπλάσια ενός αριθμού
Είναι οι αριθμοί που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε αυτό τον αριθμό με άλλους ακέραιους αριθμούς, π.χ. τα πολλαπλάσια του 5 είναι 1 x 5 = 5, 2 x 5 = 10, 3 x 5 = 15 κλπ.

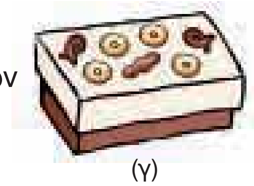


Μάθε κι αυτό: **Πυθαγόρειοι και μουσική.**
Η ιδέα της σύνδεσης των μαθηματικών με τη μουσική γεννήθηκε πριν από 26 ολόκληρους αιώνες στην αρχαία Ελλάδα από τον Πυθαγόρα, μαθηματικό και ιδρυτή της πυθαγόρειας σχολής σκέψης. Ο φιλόσοφος γνώριζε πολύ καλά τη σχέση της μουσικής με τους αριθμούς.

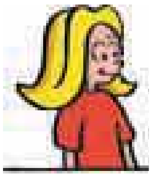
2. Η μητέρα του Γιάννη δουλεύει σε φούρνο. Θα συσκευάσει 720 κουλούρια σε κουτιά των:


4 κουλουριών
(α)


18 κουλουριών
(β)


36 κουλουριών
(γ)

Πόσα κουτιά θα χρειαστεί αν κάθε φορά χρησιμοποιήσει μόνο ένα είδος κουτιού;

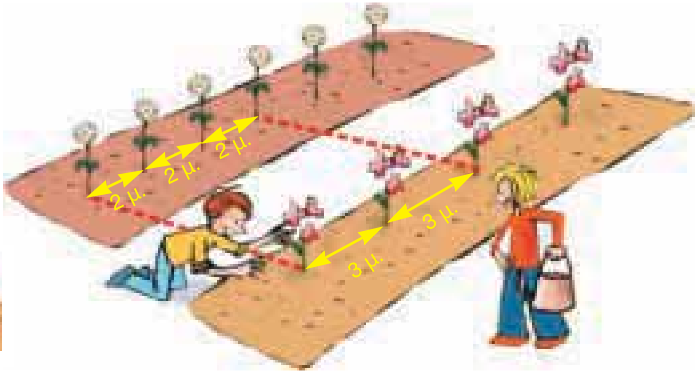


720
360 .....
... x 4 ... x 18 ... x 36
....

	αριθμός κουτιών							
	1	2	4	10	20	30	40	.....
κουτί (α)	4	8						720
κουτί (β)	18	36						
κουτί (γ)	36	72						
	αριθμός κουλουριών							

3. Στον κήπο του σχολείου τα παιδιά της Ε΄ και της Στ΄ Τάξης αποφάσισαν να φυτέψουν καλλωπιστικά φυτά σε δύο παρτέρια.

- Στο 1ο παρτέρι φύτεψαν αγγελικές ανά 2 μέτρα την καθεμία.
- Στο 2ο παρτέρι φύτεψαν πικροδάφνες ανά 3 μέτρα την καθεμία.



- Πόσες πικροδάφνες και πόσες αγγελικές φύτεψαν αν τα δύο παρτέρια είχαν μήκος 30 μ. το καθένα;
- Πόσες φορές τα παιδιά θα φυτέψουν μία πικροδάφνη **ακριβώς απέναντι** από μία αγγελική;

Συμπέρασμα

Μπορώ να χρησιμοποιήσω πολλές ***διαφορετικές στρατηγικές*** *(**αριθμογραμμή**, **αντιστοίχηση**, **πίνακα** κ.ά.) για να λύσω προβλήματα με αριθμούς που είναι* ***πολλαπλάσια ή διαιρέτες*** *ενός άλλου αριθμού.*

37 Κριτήρια διαιρετότητας του 2, του 5 και του 10

ΣΤΟ ΠΑΤΡΙΝΟ ΚΑΡΝΑΒΑΛΙ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Μπορώ να ελέγξω γρήγορα αν ένας αριθμός μοιράζεται σε ακέραια ίσα μέρη;

Το πλήρωμα της ομάδας του Γιάννη ξεκίνησε ήδη τις προετοιμασίες για την αποκριάτικη παρέλαση. Συνολικά είναι 175 άτομα. Στην παρέλαση θα βγουν με σχηματισμό.

- Μπορούν τα παιδιά να βγουν σε 2άδες, 5άδες ή 10άδες χωρίς να περισσεύει κανένα;

Κάνω πίνακα για να υπολογίσω τις δεκάδες.

Θα δοκιμάσω με το δεντροδιάγραμμα του 175 για να υπολογίσω τις 5άδες.

- Σε δυάδες

Ζευγάρια	10	20					
Παιδιά	20						

Άρα, 175 = (☐ x 2) + ☐

- Σε πεντάδες

175

100 50 25

.... x 5 .... x 5 ..... x 5

Άρα, 175 = (☐ x 5)

Δηλαδή:
- Αν τα παιδιά σχηματίσουν 5άδες, δε θα περισσεύει κανένα. Θα έχουν σχηματίσει ακριβώς .... 5άδες.
- Αν τα παιδιά σχημάτιζαν 2άδες, ένα παιδί θα έμενε μόνο του.

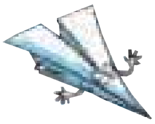
Αν σχημάτιζαν 17 δεκάδες, θα περίσσευαν ... παιδιά.
Αν σχημάτιζαν 18 δεκάδες, θα έλειπαν ... παιδιά από μία δεκάδα.
Άρα, τα παιδιά δεν μπορούν να βγουν σε δεκάδες.

Εργασίες

1. Μπορούμε να βρούμε το υπόλοιπο μιας διαίρεσης χωρίς να κάνουμε τη διαίρεση αναλυτικά;

- Το 175 : 5 διαιρείται ακριβώς, δηλαδή ... x 5 και υ=0.
  Ποιος είναι ο επόμενος αριθμός από το 175 που διαιρείται ακριβώς με το 5;
- Το 176 : 5 δε διαιρείται ακριβώς γιατί αφήνει υ=1.
  Ποιος άλλος αριθμός αφήνει υπόλοιπο 1 όταν διαιρεθεί με το 5;
- Το 177 : 5 δε διαιρείται ακριβώς γιατί αφήνει υ=2.
  Ποιο είναι το πιο μεγάλο υπόλοιπο που μπορεί να βρούμε με το 5; Παράδειγμα:

Συζητάμε στην τάξη πώς βρίσκουμε το υπόλοιπο μιας διαίρεσης με το 5, χωρίς να κάνουμε τη διαίρεση αναλυτικά.


Αν διαιρέσουμε δύο αριθμούς Δ και δ, τότε ισχύει: δ x π + υ = Δ, 0<υ<δ

Δ	δ
υ	π

Παραδείγματα:

176	5
1	35

ή 5 x 35 + 1 = 176

175	5
0	35

ή 5 x 35 + 0 = 175

2. Παρατηρώ και συμπληρώνω τον πίνακα. Βάζω τα ψηφία που λείπουν ώστε ο αριθμός που θα φτιαχτεί:

• να διαιρείται ακριβώς			
με το 2	75...	196...	37.89...
με το 5	168...	22.60...	1.371.62...
με το 10	89...	295.73...	95.623.10...

• να μη διαιρείται ακριβώς			
με το 2	75...	196...	37.89...
με το 5	168...	22.60...	1.371.62...
με το 10	89...	295.73...	95.623.10...

Συμπέρασμα

- *Το **2 είναι διαιρέτης ενός αριθμού** αν το **ψηφίο των μονάδων είναι 0, 2, 4, 6, 8.***
- *Το **5 είναι διαιρέτης ενός αριθμού** αν το **ψηφίο των μονάδων είναι 0 ή 5.***
- *Το **10 είναι διαιρέτης ενός αριθμού** αν το **ψηφίο των μονάδων είναι 0**.*
- *Για να **ελέγξω** αν ένας αριθμός είναι **διαιρέτης** ενός άλλου, ελέγχω αν η διαίρεσή τους είναι **τέλεια** (υ=0).*
- *Ένας αριθμός είναι **ακέραιο πολλαπλάσιο** ενός άλλου αν η διαίρεσή τους είναι τέλεια.*

Παράδειγμα: το 75 είναι πολλαπλάσιο του 25 ή το 25 είναι διαιρέτης του 75, γιατί 75 : 25 = 3 πηλίκο και υπόλοιπο 0.

38 Κοινά Πολλαπλάσια, Ε.Κ.Π.

ΣΤΗΝ ΕΓΝΑΤΙΑ ΟΔΟ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

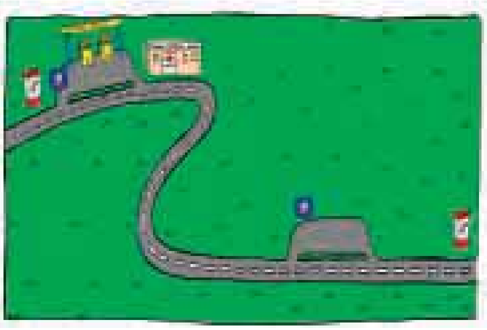
Μπορώ πολλαπλασιάζοντας διαφορετικούς αριθμούς να βρω το ίδιο γινόμενο;

0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40 42 44 46 48 50 52 54 56 58 60 62 64 66 68 70 72

Καβάλα

Στο νέο τμήμα της Εγνατίας οδού, που ξεκινά από την Καβάλα, μήκους 72 χμ., η Τροχαία υπολόγισε ότι πρέπει να υπάρχει:

- κάθε 6 χμ. τηλ. θάλαμος
- κάθε 4 χμ. χώρος στάθμευσης
- κάθε 24 χμ. Σταθμός Έκτακτης Ανάγκης



- Εκτιμώ πόσοι , και θα υπάρχουν στα 72 χμ.;

....

Συζητάμε τους τρόπους που σκεφτήκαμε και ελέγχουμε τις εκτιμήσεις μας. Χρησιμοποιούμε την αριθμογραμμή.

- Πότε θα συναντήσουμε πρώτη φορά:
  - Ένα και συγχρόνως ένα ; Στα .... χμ.
  - Ένα , ένα και ένα μαζί; Στα .... χμ.

- Πόσες φορές στα 72 χμ. θα υπάρχουν συγχρόνως , και ;

Συμπληρώνω τον παρακάτω πίνακα.

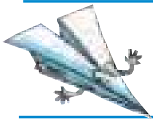
P	4																
	6											-	-	-	-	-	-
	24			-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

- Κυκλώνω σε ποιο χιλιόμετρο κάθε φορά υπάρχουν και οι 3 σταθμοί.

Ο Γιάννης με την οικογένειά του ταξίδευαν σε αυτό το νέο τμήμα της Εγνατίας. Στο 43ο χμ. από την Καβάλα έσκασε ένα λάστιχο του αυτοκινήτου. Σε πόσα χιλιόμετρα θα βρουν χώρο στάθμευσης για να ζητήσουν βοήθεια;

Αν ήθελαν και τηλεφωνικό θάλαμο και ΣΕΑ, σε πόσα χιλιόμετρα θα τα έβρισκαν όλα;

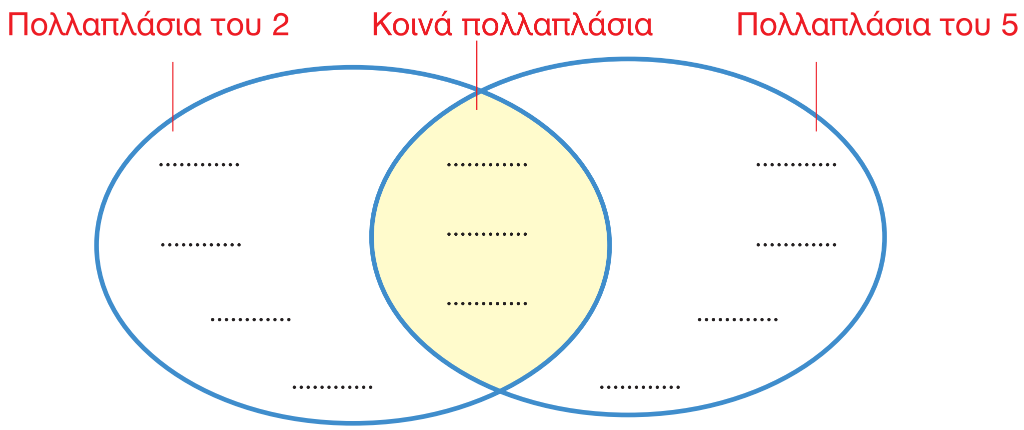
Ποια είναι η μεγαλύτερη απόσταση που πρέπει να διανύσει κάποιος για να βρει χώρο στάθμευσης;



Τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών είναι πολλά. Το **Ε.Κ.Π.** είναι το **μικρότερο** (Ελάχιστο) **από τα Κοινά Πολλαπλάσιά τους**.

Εργασία

Συμπληρώνω με πολλαπλάσια των αριθμών 2 και 5 στην κατάλληλη θέση. Ποιο είναι το Ε.Κ.Π. των αριθμών 2 και 5;



Ποιο είναι το Ε.Κ.Π.: • του 2 και του 10; .... • του 5 και του 10; ....

Συμπέρασμα

Για να βρούμε το Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών, μπορούμε ***να πάρουμε το μεγαλύτερο αριθμό και να ελέγξουμε αν είναι πολλαπλάσιο των υπόλοιπων****. Αν δεν είναι,* ***τον διπλασιάζουμε και ελέγχουμε ξανά****. Αν δεν είναι και πάλι πολλαπλάσιο των υπόλοιπων αριθμών,* ***τριπλασιάζουμε το μεγαλύτερο αριθμό και ελέγχουμε πάλι****. Συνεχίζουμε έτσι μέχρι να βρούμε ένα πολλαπλάσιο του μεγαλύτερου αριθμού που θα είναι συγχρόνως πολλαπλάσιο και των άλλων αριθμών.*

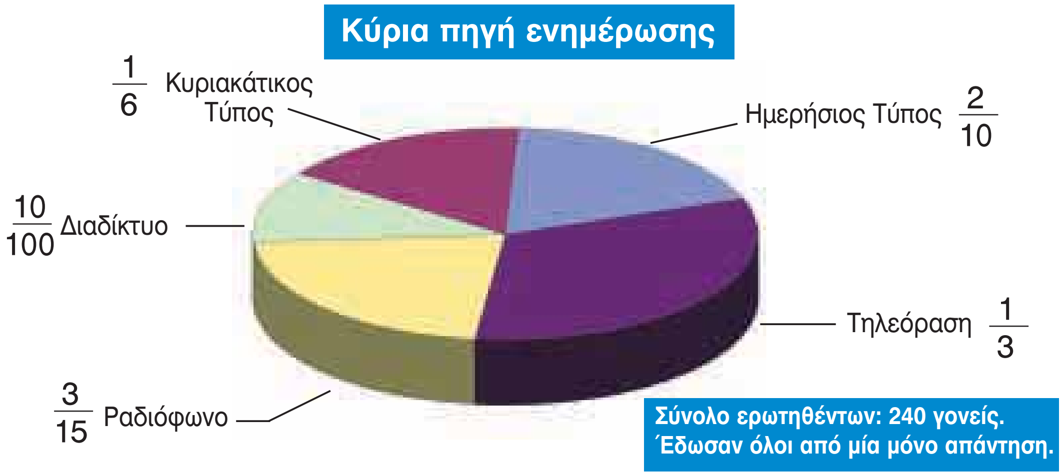
39 Πρόσθεση και αφαίρεση ετερώνυμων κλασμάτων

ΠΗΓΕΣ ΕΝΗΜΕΡΩΣΗΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς μπορούμε να προσθέσουμε ή να συγκρίνουμε κλάσματα με μεγάλους, διαφορετικούς παρονομαστές;

Στο σχολείο της Γιολάντας τα παιδιά έκαναν έρευνα στα πλαίσια των δραστηριοτήτων της Ευέλικτης Ζώνης με θέμα «Η κύρια πηγή ενημέρωσης στην οικογένειά μου». Κατέγραψαν τα δεδομένα σε γράφημα:



- Ποια έχουν ως κύρια πηγή ενημέρωσης οι περισσότεροι γονείς; ....
  Σε τι ποσοστό περίπου; ....
- Με βάση το γράφημα, κατατάσσω τις πηγές ενημέρωσης ξεκινώντας από την πηγή με το μεγαλύτερο ποσοστό. Τις εκφράζω με κλάσμα ή με % (**περίπου**).

• 1η — ή ... % • 2η — ή ... % • 3η — ή ... % • 4η — ή ... % • 5η — ή ... %

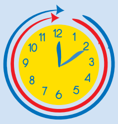
- Τι μέρος των γονιών έχει ως κύρια πηγή ενημέρωσης:
  - τον ημερήσιο ή τον κυριακάτικο Τύπο; ....
  - το ραδιόφωνο, την τηλεόραση ή το διαδίκτυο; ....

Δυσκολεύομαι να υπολογίσω με ετερώνυμα κλάσματα, γι' αυτό θα τα κάνω ομώνυμα με παρονομαστή 240, ή με κάποιο άλλο κοινό πολλαπλάσιο.

Γιατί να κάνουμε ομώνυμα με παρονομαστή το 240; Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να υπολογίσουμε.

Συζητάμε με την ομάδα μας τις ιδέες των παιδιών και προτείνουμε τις δικές μας στρατηγικές.

Σύγκριση, πρόσθεση και αφαίρεση ετερώνυμων κλασμάτων με χρήση πολλών στρατηγικών: ισοδύναμα κλάσματα, ποσοστά, Ε.Κ.Π.



1η στρατηγική

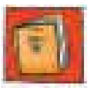
Απλοποιώ τα κλάσματα $\frac{1}{6}$, $\frac{10}{100}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{1}{3}$ για να έχω όσο γίνεται μικρότερους παρονομαστές:

- $\frac{1}{6}$ • $\frac{10}{100} = \frac{...}{10}$ • $\frac{3}{15} = \frac{...}{5}$ • $\frac{2}{10} = \frac{...}{5}$ • $\frac{1}{3}$

Και στη συνέχεια τα κάνω ομώνυμα (με ίδιους παρονομαστές):

- Με παρονομαστή 240:

Κ.Π. (6, 10, 5, 3) = 240 $\;\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} \overset{x...}{=} \frac{...}{240}$, $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}} \overset{x...}{=} \frac{...}{240}$, $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}} \overset{x...}{=} \frac{...}{240}$, $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \overset{x...}{=} \frac{...}{240}$,



- Με παρονομαστή 60:
Κ.Π. (6, 10, 5, 3) = 60
- Με παρονομαστή 30:
Ε.Κ.Π. (6, 10, 5, 3) = 30
- Με παρονομαστή ... :
Κ.Π. (6, 10, 5, 3) = ...

2η στρατηγική

Θα μπορούσαμε να εκφράσουμε υπολογίζοντας με ακρίβεια τα αποτελέσματα της έρευνας με ποσοστό επί τοις εκατό;

Έχω μια ιδέα! Αν μετατρέψουμε τα κλάσματα στα ισοδύναμά τους με παρονομαστή το 100, ουσιαστικά θα έχουμε εκφράσει τα αποτελέσματα της έρευνας σε %.

Συζητάμε στην τάξη την ιδέα του Οδυσσέα. Υπάρχει άλλος τρόπος;

- Καταγράφουμε τα αποτελέσματα αφού πρώτα ελέγξουμε με
  - $\frac{1}{6}$ = ...,.... ή .... % • $\frac{1}{10}$ = ...,.... ή .... % • $\frac{1}{5}$ = ...,.... ή .... %
  - $\frac{2}{10}$ = ...,.... ή .... % • $\frac{1}{3}$ = ...,.... ή ....%
- Κατατάσσω τα αποτελέσματα από το μεγαλύτερο στο μικρότερο και συγκρίνω με την κατάταξη που έκανα στη διπλανή σελίδα (αρχική εκτίμηση).

Συμπέρασμα

*Για να **συγκρίνω**, να **προσθέσω** ή να **αφαιρέσω ετερώνυμα κλάσματα,** τα μετατρέπω σε **ομώνυμα**, δηλαδή **σε ισοδύναμα κλάσματα με κοινό παρονομαστή**. Ο παρονομαστής των ομώνυμων κλασμάτων μπορεί να είναι **οποιοδήποτε κοινό πολλαπλάσιο των παρονομαστών** των αρχικών κλασμάτων ή άλλων που είναι ισοδύναμά τους. Αν χρησιμοποιήσω το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών, θα έχω τα ομώνυμα κλάσματα με τους πιο μικρούς όρους.*

40 Διαχείριση πληροφορίας- Σύνθετα προβλήματα

ΣΧΟΛΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς λύνουμε προβλήματα με «κρυφά» δεδομένα;

Στη σχολική γιορτή και τα 200 παιδιά των μεγάλων τάξεων του σχολείου παίρνουν μέρος σε δραστηριότητες ανάλογα με τα ενδιαφέροντά τους.
Παρατηρώ τον πίνακα με τα δεδομένα:

Περιβαλλοντική εκπαίδευση	Θεατρική παράσταση	Αθλητικές δραστηριότητες
$\frac{19}{100}$ των παιδιών	$\frac{32}{200}$ των παιδιών	$\frac{15}{60}$ των παιδιών

- Πόσα παιδιά ακριβώς έλαβαν μέρος στις αθλητικές δραστηριότητες;
- Πόσα παιδιά συμμετείχαν στην έκθεση ζωγραφικής του σχολείου;

Προτείνω με την ομάδα μου τρόπους να λύσουμε το πρόβλημα. Καταγράφουμε 2 τουλάχιστον στρατηγικές.

1η:	2η:

Συζητάμε στην τάξη τους τρόπους για να επαληθεύσουμε τη λύση που δώσαμε.

Εργασίες

1. Πόσες φορές πρέπει να προσθέσουμε το $\frac{1}{5}$ στο 1.371.173 για να αλλάξει το ψηφίο:

- των μονάδων;
- των δεκάδων;

2. Σ' ένα δρόμο από τη μια πλευρά τα σπίτια έχουν μόνο τους ζυγούς αριθμούς από το 118 ως και το 166, και από την άλλη πλευρά έχουν μονούς αριθμούς.

- Πόσα σπίτια υπάρχουν συνολικά από τις 2 πλευρές του δρόμου, αν σε κάθε σπίτι με ζυγό αριθμό αντιστοιχεί ένα σπίτι με μονό αριθμό;
- Ποια θα μπορούσε να είναι η αρίθμηση στα σπίτια του δρόμου με τους μονούς αριθμούς;

3. Βρίσκω αριθμούς που διαιρούν ακριβώς το 12.600.500:

- με 1 ψηφίο ....
- με 2 ψηφία ....
- με 3 ψηφία ....
- με 4 ψηφία ....

Εξηγούμε τον τρόπο που σκεφτήκαμε.

4. Τα παιδιά στην τάξη του Λεωνίδα παίζουν το παιχνίδι «Διπλάσιο». Ο πρώτος λέει ένα μονοψήφιο αριθμό. Ο δεύτερος διπλασιάζει τον αριθμό του πρώτου. Ο τρίτος διπλασιάζει τον αριθμό του δεύτερου κτλ.

- Αν όλα τα παιδιά ήταν 12, ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός που μπορεί να έφτασαν;
- Αν ξεκινούσαν από τριψήφιο αριθμό, ποιος μπορεί να είναι ο μεγαλύτερος αριθμός που μπορεί να έφτασαν;

Συμπέρασμα

*Προβλήματα που έχουν **«κρυφά» δεδομένα** λύνονται πιο εύκολα αν συνδυάσουμε τις πληροφορίες που μας δίνονται ή αν αντικαταστήσουμε τα αριθμητικά δεδομένα με άλλα μικρότερα.*

Επαναληπτικό 6

Κεφάλαια 36-40

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

1) Να βρίσκω και να χρησιμοποιώ τα πολλαπλάσια και τους διαιρέτες.

- Αν στη βιβλιοθήκη της τάξης τα βιβλία είναι 48, πόσα βιβλία μπορεί να δανείστηκε κάθε παιδί αν όλα τα παιδιά πήραν ίσο αριθμό βιβλίων;

- Σε κάθε σακούλα καραμέλες υπάρχουν κόκκινες, ροζ και κίτρινες καραμέλες. Αν για κάθε 2 κόκκινες καραμέλες υπάρχουν διπλάσιες ροζ και τριπλάσιες κίτρινες:

- Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από καραμέλες που μπορεί να υπάρχουν στη σακούλα, αν μία σακούλα δεν μπορεί να χωράει πάνω από 200 καραμέλες;

- Ποιος αριθμός εκτός από το 1 μπορεί να διαιρεί ακριβώς όλους τους παρακάτω αριθμούς:

100, 80, 150, 4.000.000, 4

Αριθμός: .... Εξηγώ:

1.500, 50.005, 315, 60.000.000

Αριθμός: .... Εξηγώ:

2.000.200, 11.000, 1.670, 390

Αριθμός: .... Εξηγώ:

2) Να βρίσκω το υπόλοιπο διαιρέσεων με το 2, το 5, το 10 χωρίς να κάνω διαίρεση.

Βάζω ✔ Ποιες διαιρέσεις έχουν:

• υπόλοιπο 0	370 : 5 ☐	425 : 5 ☐	614 : 10 ☐	58 : 2 ☐
• υπόλοιπο 1	42 : 5 ☐	43 : 2 ☐	56 : 10 ☐	131 : 10 ☐
• υπόλοιπο 2	73 : 5 ☐	68 : 5 ☐	102 : 10 ☐	350 : 5 ☐
• υπόλοιπο 4	36 : 5 ☐	44 : 10 ☐	161 : 2 ☐	49 : 5 ☐

3) Να βρίσκω τα Κοινά Πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών καθώς και το Ε.Κ.Π. τους.

- Ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι Κοινά Πολλαπλάσια των αριθμών 3, 6 και 8;

  36 ☐ 48 ☐ 72 ☐ 96 ☐ 368 ☐

  Ποιο είναι το Ε.Κ.Π. των αριθμών 3, 6, 8; ....

- Οι αριθμοί που έχουν Ε.Κ.Π. το 60 είναι οι:

  20, 5, 15 ☐ 15, 10, 60 ☐ 3, 6, 10 ☐

4) Να μετατρέπω ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα με διάφορους τρόπους.

- $\frac{2}{3}, \frac{7}{11}$
- $\frac{5}{14}, \frac{3}{21}$
- $\frac{5}{24}, \frac{13}{36}$

Καταγράφω την προσωπική μου άποψη για τα κεφάλαια 36-40.

- Μου έκανε εντύπωση:

  ....

  ....

- Με δυσκόλεψε πιο πολύ:

  ....

  ....

- Έμαθα πολύ καλά:

  ....

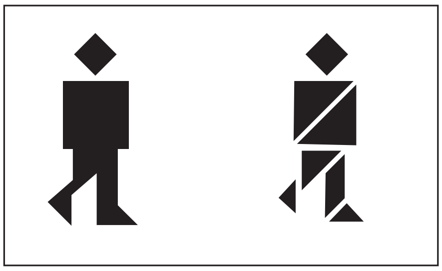
  ....

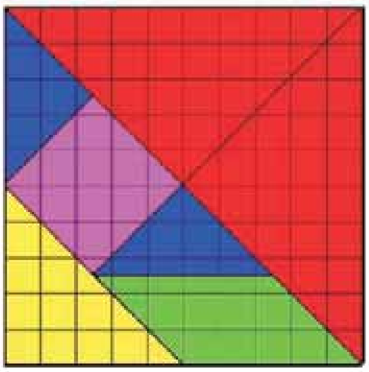
Φτιάχνουμε με την ομάδα μας ένα πρόβλημα για την τράπεζα εργασιών της τάξης που ικανοποιεί την παρακάτω προϋπόθεση:

Να εμφανίζεται η πράξη: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{4}{7}$

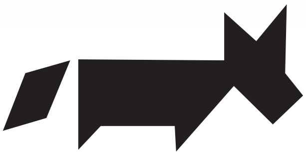
Παιχνίδια με το τάγκραμ

Με όλα τα κομμάτια του τάγκραμ φτιάχνουμε:





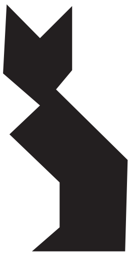
2 ίσα τετράγωνα



1 σκυλάκι

1 λαγό

1 γλάρο



1 αλεπού

Γ΄ Περίοδος

Κεφάλαια 41-55

Στα κεφάλαια αυτά **θα μάθουμε**:

- Να μετράμε και να φτιάχνουμε γωνίες.
- Να αναγνωρίζουμε τις γωνίες και τα είδη των τριγώνων.
- Να χαράζουμε τα ύψη ενός τριγώνου.
- Πόσο είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου.
- Να αναλύουμε ένα σύνθετο γεωμετρικό σχήμα σε άλλα πιο απλά με διάφορες στρατηγικές.
- Να λύνουμε σύνθετα προβλήματα και προβλήματα-παιχνίδια.
- Να κρίνουμε πότε ένα πρόβλημα δεν μπορεί να λυθεί, να διορθώνουμε τα δεδομένα του ώστε να μπορέσουμε να προτείνουμε τη λύση του.
- Να αξιολογούμε και να συνδυάζουμε τα δεδομένα ενός προβλήματος ώστε να βρίσκουμε μια γρήγορη στρατηγική επίλυσής του.
- Να εκφράζουμε με σαφήνεια τη σκέψη μας στα υπόλοιπα μέλη της ομάδας προκειμένου να εξηγήσουμε πώς σκεφτήκαμε και πώς λύσαμε το πρόβλημα.
- Να οργανώσουμε τα βήματα στην πορεία επίλυσης ενός προβλήματος.
- Να κάνουμε μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις σε τετραγωνισμένο χαρτί.
- Να βρίσκουμε τρόπους να είμαστε σίγουροι για τις μετατροπές από τη μία μονάδα μέτρησης χρόνου σε άλλη.
- Να λύνουμε προβλήματα με συμμιγείς αριθμούς.
- Να χαράζουμε κύκλους και να αναγνωρίζουμε αριθμούς πάνω από το 1 δισεκατομμύριο.

Θα φτιάξουμε κατασκευές από χαρτί και κύκλους με σπάγκο και κιμωλίες.
Θα παίξουμε παιχνίδια και τάγκραμ.
Θα κάνουμε σχέδια εργασίας και **θα χρησιμοποιήσουμε τον ηλεκτρονικό υπολογιστή** για να μάθουμε με άλλο τρόπο τη γεωμετρία.
Θα μάθουμε για τους αρχαίους Έλληνες μαθηματικούς (Αρχιμήδη, Ερατοσθένη, Πυθαγόρα), κάνοντας έρευνα στην τάξη σε έντυπο και ηλεκτρονικό υλικό.

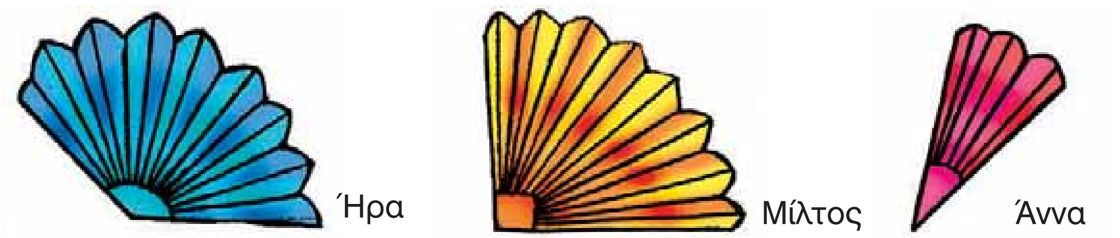
41 Είδη γωνιών

ΟΙ ΒΕΝΤΑΛΙΕΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

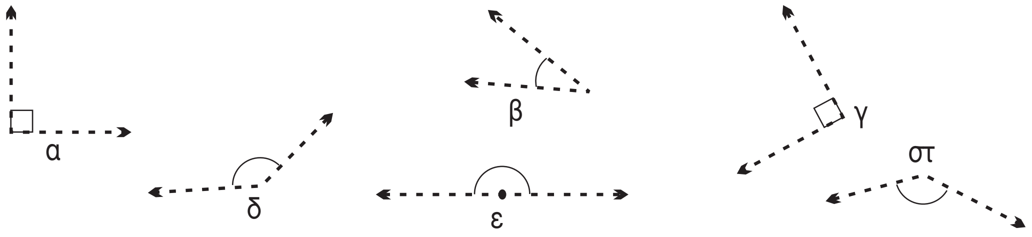
Πώς συγκρίνουμε γωνίες;

Τα παιδιά φτιάχνουν βεντάλιες με χαρτί Α4 και συρραπτικό:

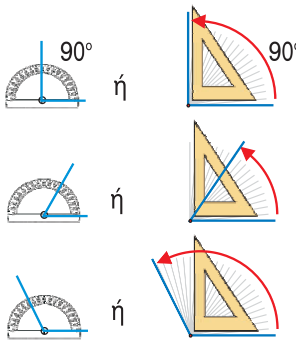


Συζητάμε ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές έχουν οι 3 βεντάλιες.

- Ποια βεντάλια έχει: • το μεγαλύτερο άνοιγμα; • το μικρότερο άνοιγμα;
- Χρωματίζω με το ίδιο χρώμα τις γωνίες που αντιστοιχούν στο άνοιγμα κάθε βεντάλιας:



- Τις παραπάνω γωνίες μπορούμε να τις κατατάξουμε σε τρεις κατηγορίες: ορθές, αμβλείες, οξείες.
  - Η ορθή γωνία είναι 90ο, δηλαδή:
  - Η οξεία γωνία είναι <90ο
  - Η αμβλεία γωνία είναι >90ο



- Εκτιμώ ποιες από τις προηγούμενες γωνίες ($\widehat{α}$, $\widehat{β}$, $\widehat{γ}$, $\widehat{δ}$, $\widehat{ε}$, $\widehat{στ}$) είναι:

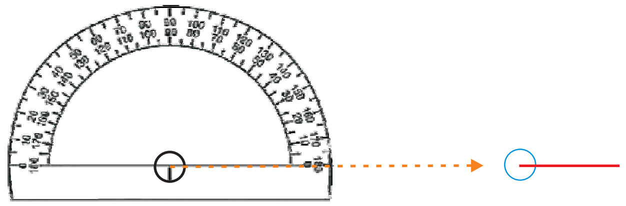
Ορθές	Αμβλείες	Οξείες
....	....	....

- Ελέγχω με το γνώμονα ή το μοιρογνωμόνιο.

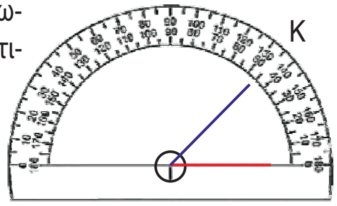
Εργασίες

1. Φτιάχνουμε μια γωνία ίση με $\frac{1}{2}$ της ορθής, δηλαδή .... μοίρες.

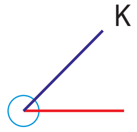
1. Βάζουμε την κορυφή της γωνίας στο Ο και χαράζουμε τη μία πλευρά της γωνίας.



2. Βρίσκουμε στο μοιρογνωμόνιο τις μοίρες που αντιστοιχούν στις μισές της ορθής. Σημειώνουμε με ένα γράμμα.



3. Σχεδιάζουμε τη γωνία.

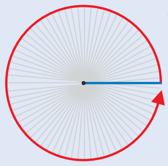


- Φτιάχνουμε μια γωνία ίση με $\frac{3}{2}$ της ορθής, δηλαδή .... μοίρες.
- Εξηγούμε πώς εργαστήκαμε στην τάξη.

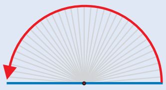
2. Η Ζωή έφτιαξε μια ακόμη βεντάλια με χαρτί Α3 που έχει το ίδιο άνοιγμα με τη βεντάλια της Άννας.

Με ποιο κορίτσι συμφωνούμε; Συζητάμε στην τάξη.

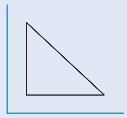
Συμπέρασμα *Τις **γωνίες** τις μετράμε σε **μοίρες**. Κατασκευάζουμε και συγκρίνουμε με ακρίβεια γωνίες με το μοιρογνωμόνιο.*



γωνία που φτιάχνουμε με μια ολόκληρη στροφή = 360°



γωνία που φτιάχνουμε με μισή στροφή = 180°



ή

ορθή γωνία 90°

42 Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες

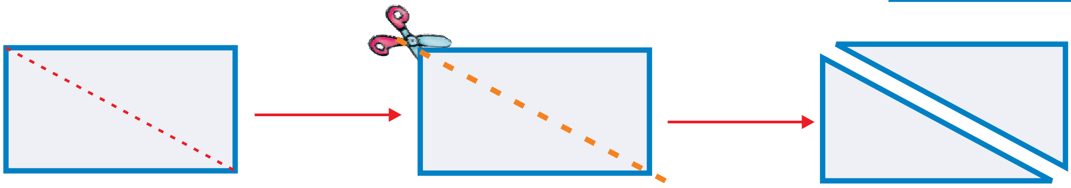
ΕΠΙΣΚΕΨΗ ΣΤΗΝ ΕΚΘΕΣΗ (α΄)

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Μπορεί ένα τρίγωνο να έχει 2 ορθές γωνίες;

Τα παιδιά στην τάξη της Νεφέλης επισκέφτηκαν την έκθεση «Ταξίδι στον κόσμο των Αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών». Όταν επέστρεψαν στο σχολείο, αποφάσισαν να κάνουν στην τάξη κάποιες από τις δραστηριότητες που τους έδειξαν στην έκθεση:

α. Χρησιμοποιούμε μια κόλλα χαρτί Α4 (ορθογώνιο παραλληλόγραμμο).
- Χαράζουμε τη διαγώνιο.
- Κόβουμε κατά μήκος της διαγωνίου.



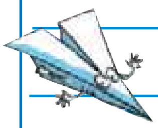
Σχηματίστηκαν 2 τρίγωνα.

- Είναι τα τρίγωνα μεταξύ τους ίσα; Εξηγώ:

- Ονομάζω $\widehat{α}$ την κάθε ορθή γωνία. Τις άλλες δυο τις ονομάζω $\widehat{β}$ και $\widehat{γ}$. Με το μοιρογνωμόνιο μετρώ κάθε γωνία του ενός τριγώνου και συμπληρώνω τον πίνακα:

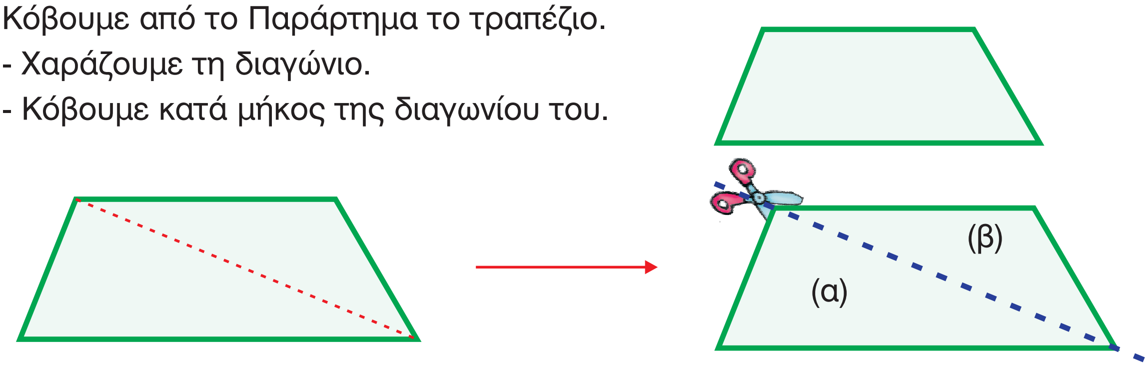
γωνία	μοίρες	είδος γωνίας

- Πόσο είναι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου $\widehat{α}+\widehat{β}+\widehat{γ}$; ....



Το ορθογώνιο τρίγωνο έχει μια γωνία .... και δυο γωνίες ....

β. Κόβουμε από το Παράρτημα το τραπέζιο.
- Χαράζουμε τη διαγώνιο.
- Κόβουμε κατά μήκος της διαγωνίου του.



Σχηματίστηκαν 2 τρίγωνα.

- Είναι τα τρίγωνα μεταξύ τους ίδια; Εξηγώ:

- Βάζουμε γράμματα στις γωνίες κάθε τριγώνου. Με το μοιρογνωμόνιο τις μετρώ και συμπληρώνω τον πίνακα:

	γωνία	μοίρες	ονομασία γωνίας
1ο τρίγωνο			
2ο τρίγωνο			

- Τι παρατηρούμε για το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου;
  - 1ο τρίγωνο .... + ... + ... = ... μοίρες.
  - 2ο τρίγωνο .... + ... + ... = ... μοίρες.

Συζητάμε στην τάξη αν μπορούμε να γενικεύσουμε.

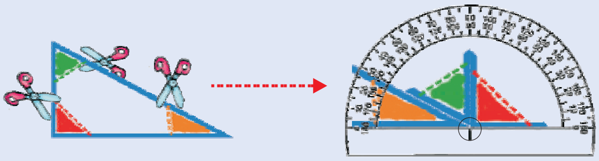
• Μπορείς να αντιστοιχίσεις;

το αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει •	• 1 αμβλεία γωνία και 2 οξείες
το οξυγώνιο τρίγωνο έχει •	• 1 ορθή γωνία και 2 οξείες
το ορθογώνιο τρίγωνο έχει •	• 3 οξείες γωνίες

• Ποιο τρίγωνο από αυτά που φτιάξαμε είναι αμβλυγώνιο; Εξηγώ.

Συμπέρασμα

*Το **άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου** είναι 180°.*



43 Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές

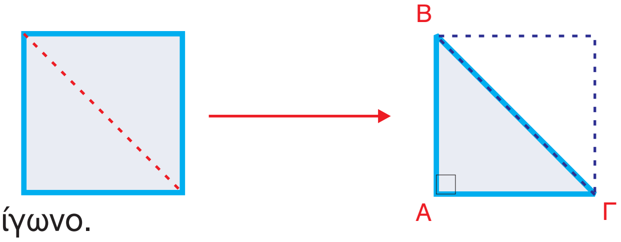
ΕΠΙΣΚΕΨΗ ΣΤΗΝ ΕΚΘΕΣΗ (β΄)

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Μπορεί ένα ορθογώνιο τρίγωνο να έχει όλες τις πλευρές του ίσες;

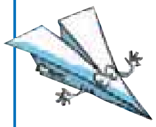
α. Από μια σελίδα Α4 φτιάχνουμε ένα τετράγωνο.
- Διπλώνουμε κατά μήκος της διαγωνίου.

Έχουμε φτιάξει ένα ορθογώνιο τρίγωνο.



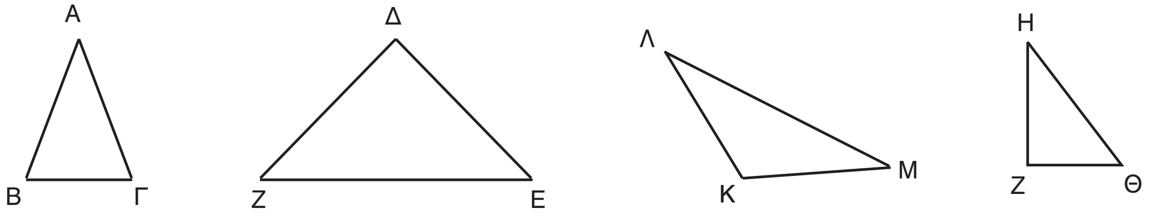
Συγκρίνω τις δύο κάθετες πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ (ΑΒ και ΑΓ): Είναι ......

- Τι μπορούμε να υποθέσουμε για τις 2 οξείες γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$;
- Επαληθεύουμε με μοιρογνωμόνιο.



Τα τρίγωνα που έχουν **δύο ίσες πλευρές** ονομάζονται ισοσκελή. Στα ισοσκελή τρίγωνα οι 2 γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους, ενώ η γωνία που βρίσκεται ανάμεσα στις 2 ίσες πλευρές μπορεί να είναι διαφορετική.

- Ποια τρίγωνα είναι ισοσκελή; Εκτιμώ.



- Ελέγχω με το χάρακα και συμπληρώνω τον πίνακα.

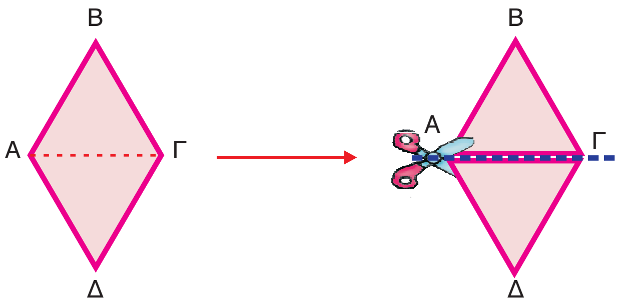
Στο τρίγωνο:	Οι ίσες πλευρές είναι:	Οι ίσες γωνίες είναι:
ΑΒΓ		
ΔΕΖ		
ΚΛΜ		
ΖΗΘ		

Το τρίγωνο που καμία πλευρά του δεν έχει ίδιο μήκος με τις υπόλοιπες λέγεται σκαληνό.

Ποιο από τα τρίγωνα της προηγούμενης σελίδας είναι σκαληνό; ....

β. Κόβουμε το ρόμβο από το Παράρτημα. Χαράζω τη διαγώνιο ΑΓ και κόβω κατά μήκος με το ψαλίδι.

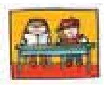
- Είναι τα δύο τρίγωνα ίδια;
  Εκτιμώ:
- Ελέγχω την εκτίμησή μου.

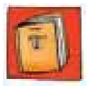
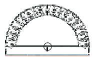


- Τι μπορούμε να υποθέσουμε για τις γωνίες $\widehat{ΒΑΓ}$ και $\widehat{ΓΑΔ}$; Εκτιμώ: ....
- Με το μοιρογνωμόνιο μετρώ τις γωνίες των τριγώνων και συμπληρώνω τον πίνακα.

τρίγωνο	ίσες πλευρές	ίσες γωνίες
ΑΒΓ		
ΑΔΓ		

Εργασία

 Εξετάζουμε αν μπορούμε να φτιάξουμε ένα ισόπλευρο τρίγωνο με 1 αμβλεία γωνία.

 Δοκιμάζουμε με και . Συζητάμε για τα αποτελέσματα της έρευνάς μας.

Τα τρίγωνα που έχουν όλες τις πλευρές τους ίσες μεταξύ τους λέγονται ισόπλευρα.

Συμπέρασμα

*Στα **ισόπλευρα τρίγωνα** και οι τρεις **γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους**. Δηλαδή η κάθε γωνία σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο είναι 180ο : 3 = 60ο μοίρες.*

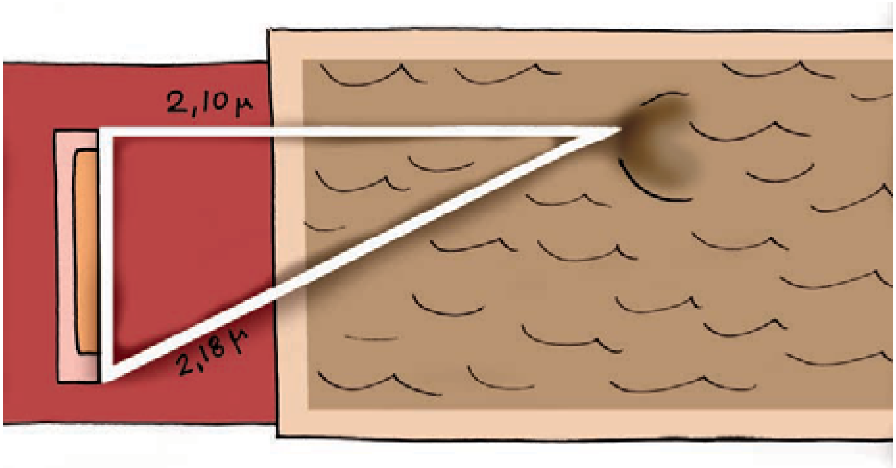
44 Καθετότητα, ύψη τριγώνου

ΣΧΟΛΙΚΟΙ ΑΓΩΝΕΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς βρίσκουμε τον πιο σύντομο δρόμο;

Στους σχολικούς αγώνες κριτές στο άλμα εις μήκος ήταν η Νεφέλη και ο Οδυσσέας. Στο πρώτο άλμα του Μίλτου οι κριτές μέτρησαν:



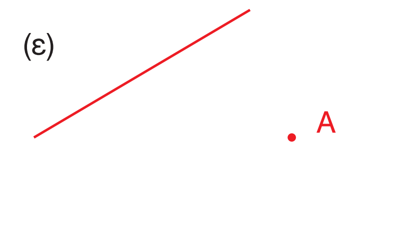
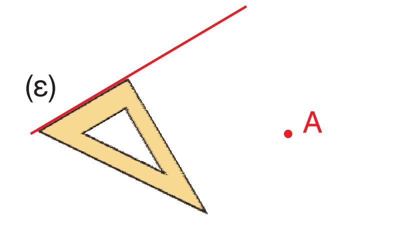
Μέτρησα το άλμα και βρήκα 2,18 μ.

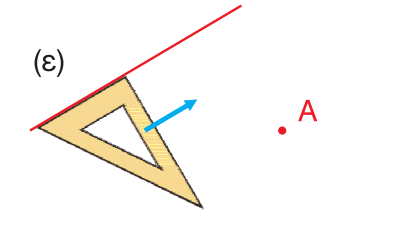
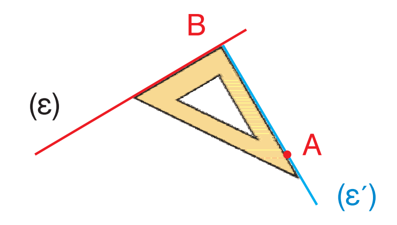
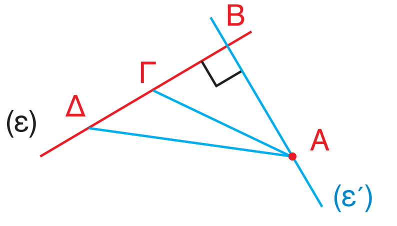
Έκανες ζαβολιά! Με τον τρόπο που μέτρησες η απόσταση φαίνεται να είναι μεγαλύτερη! Εγώ μέτρησα 2,10 μ.

- Ποιο παιδί έχει δίκιο; Εκτιμώ:

Συζητάμε στην τάξη πώς μετράμε την απόσταση.
Εξηγούμε με παραδείγματα.

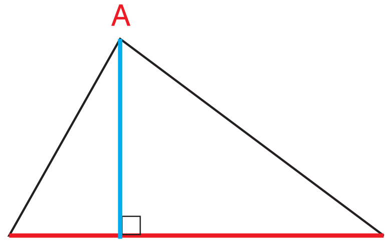
- Ο Οδυσσέας μαθαίνει να βρίσκει την απόσταση ενός σημείου από μία ευθεία. Ακολουθεί τις οδηγίες:

	
1. Φτιάχνω μία ευθεία (ε) και σημειώνω ένα σημείο Α που δεν είναι πάνω στην ευθεία.	2. Τοποθετώ το γνώμονα με τη μία από τις δύο μικρές πλευρές (κάθετες) πάνω στην ευθεία.

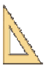
		
3. Σέρνω το γνώμονα κατά μήκος της ευθείας μέχρι το σημείο Α.	4. Σχεδιάζω την ευθεία (ε΄) που τέμνει την (ε) στο σημείο Β και περνάει από το σημείο Α.	5. Οι δύο ευθείες (ε) και (ε΄) είναι μεταξύ τους κάθετες (σχηματίζουν ορθή γωνία).

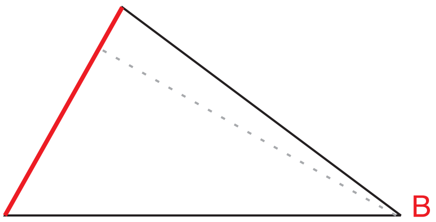
Το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ είναι η απόσταση του σημείου Α από την ευθεία (ε).
Όλα τα άλλα ευθύγραμμα τμήματα (ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ) είναι μεγαλύτερα από το ΑΒ.

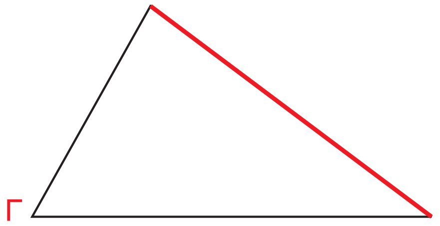
- Ο Μίλτος σχεδίασε την απόσταση της κορυφής Α από την απέναντι πλευρά:

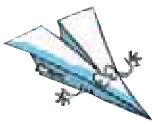


Βοηθώ το Μίλτο να σχεδιάσει τις αποστάσεις από τις άλλες δύο κορυφές του τριγώνου στις απέναντί τους πλευρές.

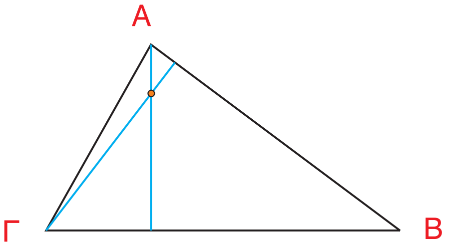
Χρησιμοποιώ το  .



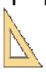




Σε ένα τρίγωνο, το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή με την απέναντι πλευρά (η απόσταση δηλαδή της κορυφής από την απέναντι πλευρά) ονομάζεται ύψος τριγώνου. Κάθε τρίγωνο έχει 3 ύψη.



- Στο παραπάνω τρίγωνο έχουμε χαράξει τα δύο ύψη.

Χαράζουμε με το  και το τρίτο ύψος του τριγώνου. Τι παρατηρούμε;

Συμπέρασμα

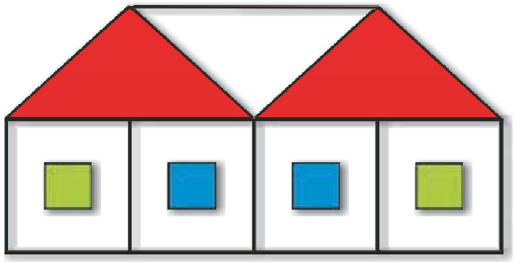
- ***Κάθετες*** *ονομάζουμε 2 ευθείες που τέμνονται έτσι ώστε να σχηματίζουν* ***γωνία 90°.***
- *Για να σχεδιάσουμε κάθετες ευθείες, χρησιμοποιούμε το* ***γνώμονα****.*
- ***Το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινά από ένα σημείο και τέμνει κάθετα μια ευθεία*** *είναι η συντομότερη διαδρομή (****απόσταση****) από το σημείο προς την ευθεία.*

45 Διαχείριση γεωμετρικών σχημάτων – Συμμετρία

ΧΑΡΤΟΔΙΠΛΩΤΙΚΗ

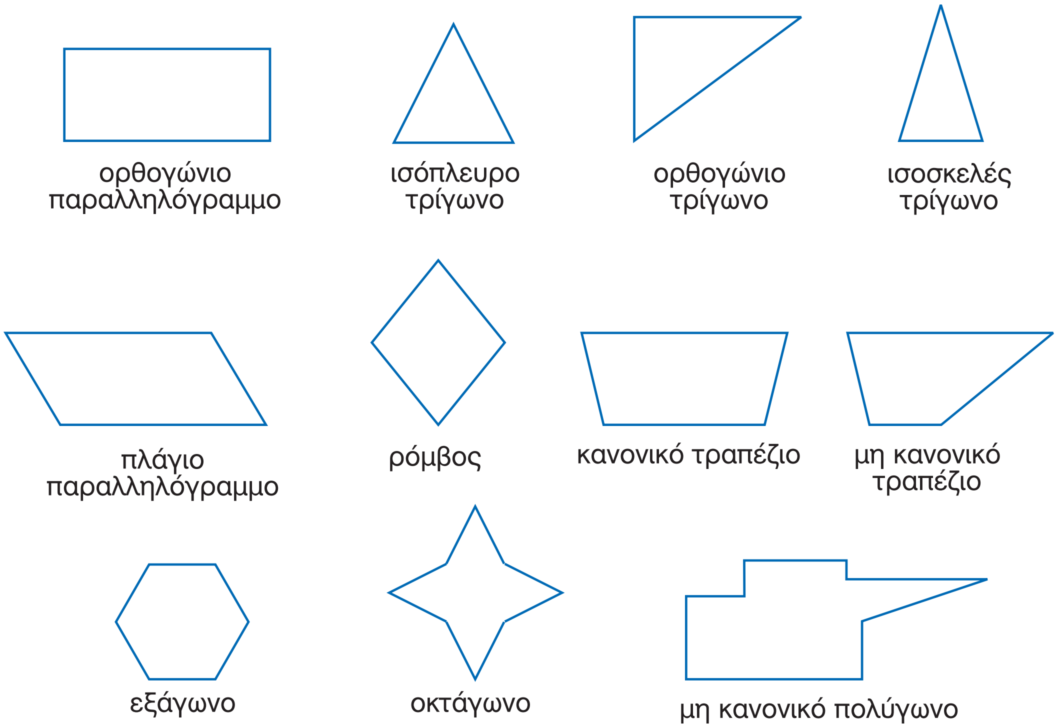
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Σε ποια γεωμετρικά σχήματα υπάρχουν περισσότεροι από ένας άξονες συμμετρίας;



- Ακολουθώ τις οδηγίες από το Παράρτημα και κατασκευάζω τη διπλανή κατασκευή.
- Σε κάθε βήμα αναγνωρίζω τα γεωμετρικά σχήματα που δημιουργούνται.
- Βρίσκω τον άξονα συμμετρίας.
- Διακοσμώ την κατασκευή μου με τέτοιο τρόπο, ώστε να διατηρηθεί συμμετρική.

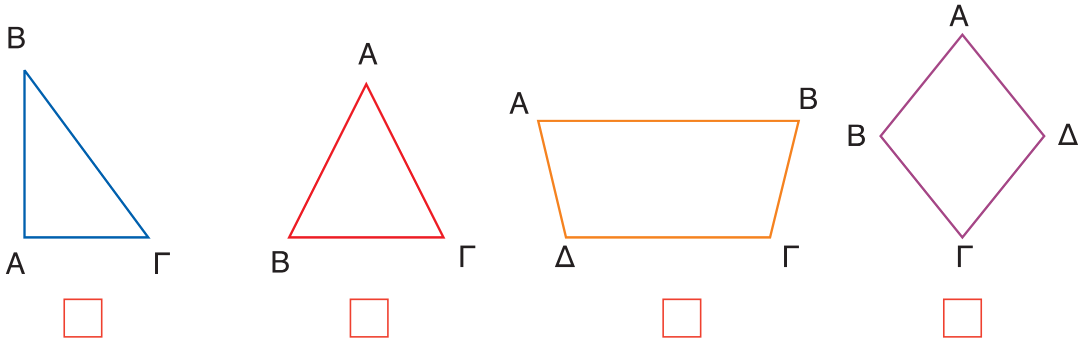
Παρατηρούμε τα παρακάτω γεωμετρικά σχήματα:
Βρίσκουμε αν είναι συμμετρικά. Φέρνουμε τους άξονες συμμετρίας.



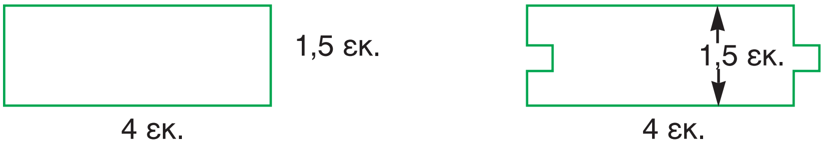
Συζητάμε στην τάξη ποια από τα σχήματα:
- έχουν έναν άξονα συμμετρίας.
- έχουν περισσότερους από έναν άξονες συμμετρίας.

Εργασίες

1. Σε ποια γεωμετρικά σχήματα μπορούμε να σχεδιάσουμε μια ευθεία που να περνάει από το Α, έτσι ώστε να είναι άξονας συμμετρίας του σχήματος; Βάζω ✔



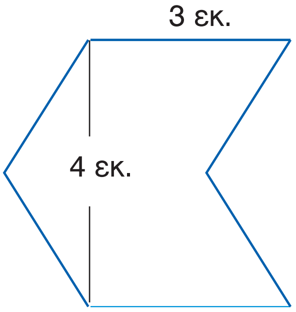
2. Ποιο σχήμα έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν; Εκτιμώ:



Επαληθεύω με όποιον τρόπο θέλω.

Συζητάμε στην τάξη τις στρατηγικές που βρήκαμε.

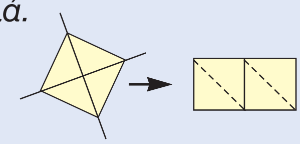
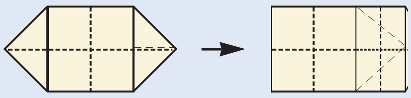
3. Εκτιμώ το εμβαδόν του σχήματος. .... τ. εκ.



- Επαληθεύω με όποιον τρόπο θέλω.

Συμπέρασμα

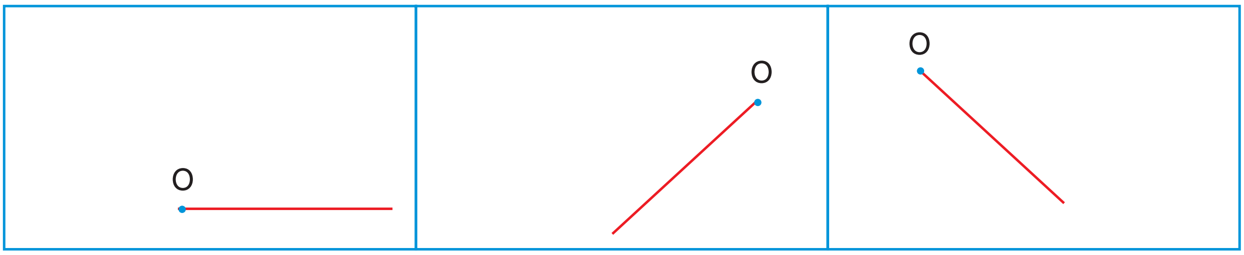
Μπορούμε να λύσουμε ένα πρόβλημα με γεωμετρικά σχήματα αν τα αναλύσουμε σε άλλα σχήματα πιο απλά.

Παραδείγματα:  *ή* 

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

1) Να διακρίνω τα είδη των γωνιών, να συγκρίνω και να σχεδιάζω γωνίες.

Φτιάχνω τις παρακάτω γωνίες. Τις μετρώ και τις ονομάζω. Οι γωνίες είναι:

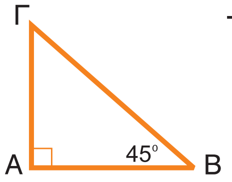


- 150^0 > .... > 130^0 δηλ. είναι .... γωνία.
- Ορθή, δηλαδή είναι .... μοίρες.
- 30^0 > .... > 50^0 δηλ. είναι .... γωνία.

2) Να διακρίνω τα είδη των τριγώνων και τις ιδιότητές τους. Βάζω ✔ στο σωστό:

- Παρατηρώ τις γωνίες του τριγώνου. Η γωνία $\hat{Γ}$ είναι:

  $\hat{Γ} = 55°$ ☐ $\hat{Γ} = 60°$ ☐ $\hat{Γ} = 45°$ ☐



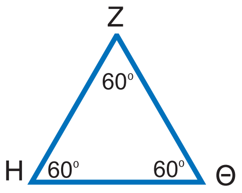
Το τρίγωνο είναι:

....

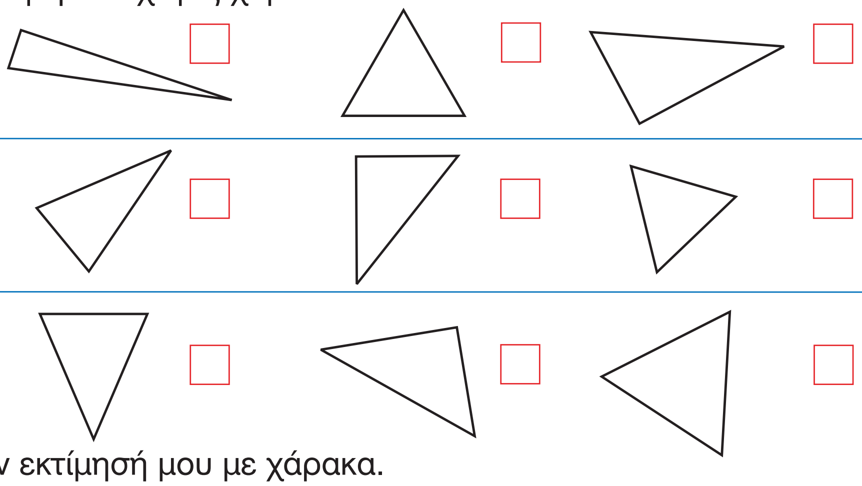
- Ποια από τις παρακάτω προτάσεις ισχύει;

  Το τρίγωνο $\overset{\triangle}{ΗΖΘ}$ είναι:

  - ισοσκελές ☐
  - ισόπλευρο ☐
  - και τα δύο ☐

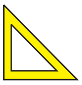


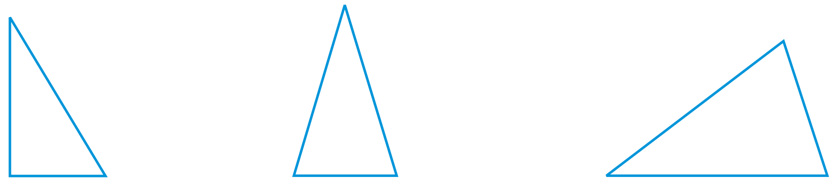
- Αναγνωρίζω τα τρίγωνα χωρίς χάρακα:
  - ισόπλευρο
  - σκαληνό
  - ισοσκελές



- Επαληθεύω την εκτίμησή μου με χάρακα.

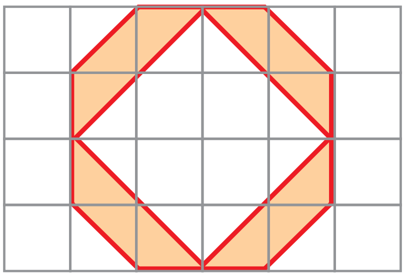
3) Να χαράζω το ύψος ενός τριγώνου.

Φέρνω τα ύψη στα παρακάτω τρίγωνα χρησιμοποιώντας το 



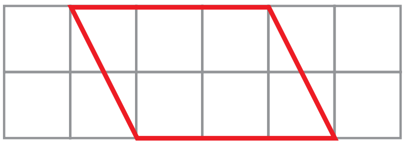
4) Να λύνω προβλήματα με γεωμετρικά σχήματα.

- Υπολογίζω το εμβαδόν του παρακάτω συμμετρικού σχήματος: ....



- Χαράζω δύο ορθογώνια τρίγωνα, ώστε να σχηματιστεί ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Πόσο είναι το εμβαδόν του;

....



Καταγράφω την προσωπική μου άποψη για τα κεφάλαια 41 - 45:

- Μου έκανε εντύπωση:

....

....

- Με δυσκόλεψε πιο πολύ:

....

....

- Έμαθα πολύ καλά:

....

....

Φτιάχνουμε με την ομάδα μας ένα πρόβλημα για την τράπεζα εργασιών της τάξης που ικανοποιεί την παρακάτω προϋπόθεση:

Να δίνονται οδηγίες κατασκευής ενός σύνθετου γεωμετρικού σχήματος το οποίο έχει:

- τουλάχιστον 2 οξείες γωνίες.
- άξονα συμμετρίας.

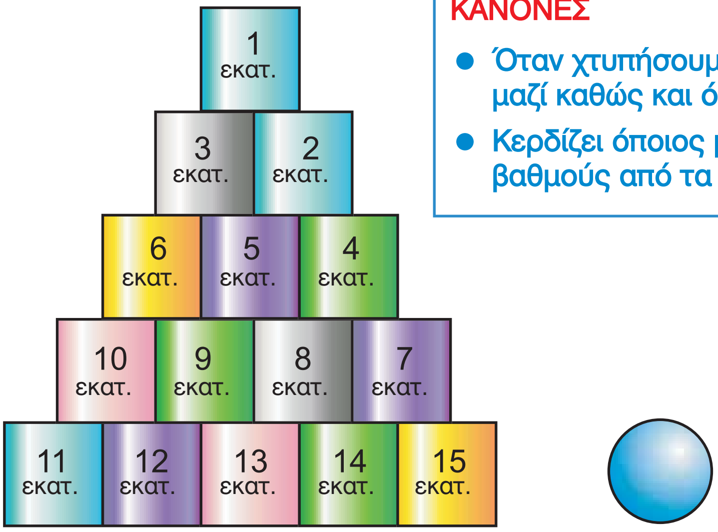
46 Αξιολόγηση πληροφοριών σε ένα πρόβλημα

ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς βρίσκουμε την καλύτερη στρατηγική σ' ένα πρόβλημα;

Τα παιδιά παίζουν το παρακάτω ηλεκτρονικό παιχνίδι.



ΚΑΝΟΝΕΣ

- Όταν χτυπήσουμε ένα τενεκεδάκι, αυτό πέφτει μαζί καθώς και όσα στηρίζονται πάνω του.
- Κερδίζει όποιος μαζέψει τους περισσότερους βαθμούς από τα τενεκεδάκια που έριξε.

1. Ο Αλέξανδρος έριξε το

Πόσους βαθμούς πήρε;

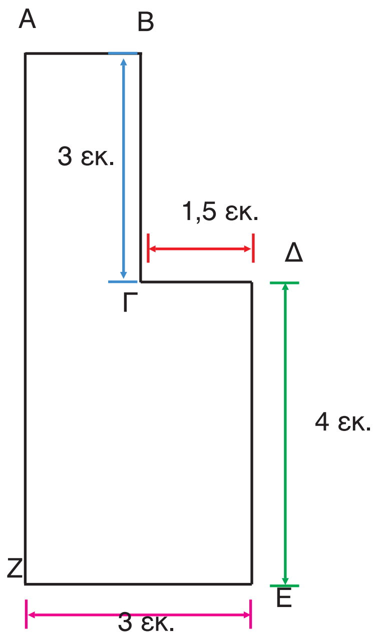
2. Η Ζωή έριξε ένα τενεκεδάκι και πήρε τους λιγότερους βαθμούς. Ποιο τενεκεδάκι έριξε; Εξηγώ:

3. Ποιο τενεκεδάκι πρέπει να ρίξουμε για να μαζέψουμε τους περισσότερους βαθμούς; Εξηγώ:

Ανάδειξη της αξιολόγησης των δεδομένων ενός προβλήματος.
Ανάπτυξη συνδυαστικής σκέψης και κριτικής στάσης.

Εργασίες

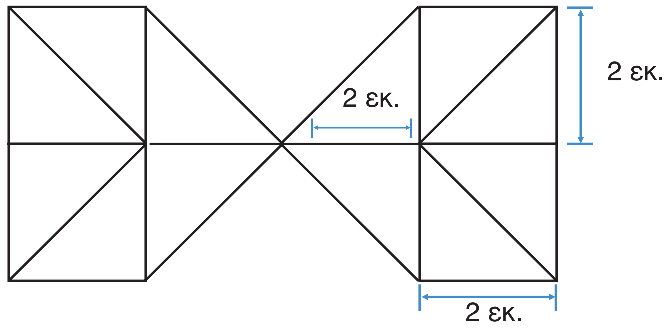
1. Πώς μπορούμε να υπολογίσουμε στο παρακάτω σχήμα:
α) την περίμετρό του; β) το εμβαδόν του;



α)

β)

2. Στο παρακάτω σχήμα ποιους άξονες συμμετρίας μπορούμε να φέρουμε; Τους χαράζω. Πώς μπορούμε να εκτιμήσουμε γρήγορα το εμβαδόν του; Εξηγώ πως σκέφτηκα.



- Πώς μπορούμε να διπλασιάσουμε το εμβαδόν του και να διατηρηθεί η συμμετρία;

Συμπέρασμα

Μπορούμε ***να αξιοποιήσουμε με διαφορετικούς τρόπους τις πληροφορίες*** *που μας δίνονται σε ένα πρόβλημα.* ***Η αξιολόγησή τους*** *μας βοηθάει να* ***επιλέξουμε την καλύτερη στρατηγική επίλυσης*** *(πιο γρήγορη, πιο εύκολη, πιο αξιόπιστη).*

47 Σύνθετα προβλήματα - Συνδυάζοντας πληροφορίες (α)

ΠΤΗΣΕΙΣ ΜΕ... ΑΝΤΑΠΟΚΡΙΣΗ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Τι μας βοηθάει να λύνουμε προβλήματα στην καθημερινή μας ζωή;

Ο Γεράσιμος ταξιδεύει με τους γονείς του για την Κύπρο. Στο ενημερωτικό φυλλάδιο των πτήσεων με την εταιρεία που ταξιδεύουν παρατηρεί τον παρακάτω πίνακα:

Από	Κέρκυρα	Θεσσαλονίκη	Σαντορίνη	Ηράκλειο	Λάρνακα	Αθήνα
Αθήνα	✈ (πράσινο)	✈ (πράσινο)	✈ (πράσινο)	✈ (πράσινο)	✈ (πράσινο)	
Θεσσαλονίκη	✈ (γαλάζιο)		✈ (κόκκινο)	✈ (πράσινο)	✈ (κόκκινο)	✈ (πράσινο)
Ηράκλειο	✈ (γαλάζιο)	✈ (πράσινο)	✈ (πράσινο)		✈ (πράσινο)	✈ (πράσινο)
Κέρκυρα		✈ (γαλάζιο)	✈ (γαλάζιο)	✈ (γαλάζιο)	✈ (κόκκινο)	✈ (πράσινο)
Λάρνακα	✈ (κόκκινο)	✈ (κόκκινο)	✈ (κόκκινο)	✈ (κόκκινο)		✈ (πράσινο)
Σαντορίνη	✈ (γαλάζιο)	✈ (κόκκινο)		✈ (πράσινο)	✈ (κόκκινο)	✈ (πράσινο)

✈ (κόκκινο) = με ανταπόκριση (αλλαγή αεροσκάφους)   ✈ (γαλάζιο) = με ενδιάμεση στάση   ✈ (πράσινο) = απευθείας

- Ο Γεράσιμος βρήκε ένα λάθος. Ποιο μπορεί να είναι; ....

Συζητάμε στην τάξη:
- Τι παρατηρούμε για τις πληροφορίες που μας δίνει ο πίνακας;
- Τι παρατηρούμε για τις πτήσεις από το αεροδρόμιο της Αθήνας;

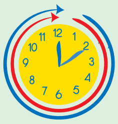
- Αν μέναμε στο Ηράκλειο, σε ποιες πόλεις θα μπορούσαμε να πάμε αεροπορικώς:
  - απευθείας; ....
  - αλλάζοντας αεροπλάνο (με ανταπόκριση); ....
  - κάνοντας ενδιάμεση στάση; ....

  Εξηγώ στην τάξη πως σκέφτηκα.

- Ποιες πόλεις δεν ενώνονται με απευθείας αεροπορική γραμμή?

  ....

Συζητάμε στην τάξη ποια στρατηγική ακολουθήσαμε για να λύσουμε το πρόβλημα.



Πρέπει να συνδυάσω όλες τις πληροφορίες...

- Μπορούμε να παρουσιάσουμε τις απαντήσεις που βρήκαμε μ' ένα χάρτη «αεροπορικής σύνδεσης των πόλεων».

Εργασίες

1. Σε 100 γραμμ. δημητριακών υπάρχουν 440 θερμίδες.

- Πόση είναι η θερμιδική αξία 25 γραμμ. δημητριακών (μια μικρή μερίδα);

- Πόση είναι η θερμιδική αξία όλης της συσκευασίας;

2. Στην αναγραφόμενη τιμή το κέρδος του εμπόρου είναι 30%.

Πόσο είναι το κέρδος του σε καθένα από τα 3 προϊόντα;

- Αν στις αναγραφόμενες τιμές γίνει έκπτωση 10%, τι κέρδος θα έχει ο έμπορος τελικά από κάθε προϊόν;

3. Στο ποδηλατοδρόμιο ο Λουκάς, ο Λευτέρης και ο Γρηγόρης κάνουν προπόνηση. Ξεκινούν μαζί. Ο Λουκάς κάνει το γύρο της πίστας σε 60΄΄, ο Λευτέρης σε 40΄΄ και ο Γρηγόρης σε 45΄΄. Σε πόση ώρα θα ξανασυναντηθούν και οι 3 στην εκκίνηση;

Εξηγώ:

Συμπέρασμα *Στην καθημερινή ζωή συναντάμε* ***προβλήματα που τα δεδομένα τους δίνονται με διαφορετικούς τρόπους****. Η οργάνωση και η αξιολόγηση των δεδομένων μάς βοηθάνε* ***να βρούμε στρατηγικές επίλυσης****. Η οργανωμένη παρουσίαση της πορείας επίλυσης ενός προβλήματος είναι απαραίτητο στοιχείο για την* ***παρουσίαση και την εξήγησή του στους άλλους με κατανοητό τρόπο.***

48 Αξιολόγηση πληροφοριών - διόρθωση προβλήματος

ΓΟΡΔΙΟΣ ΔΕΣΜΟΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς ελέγχουμε αν ένα πρόβλημα έχει λύση;

Διαβάζουμε τα προβλήματα. Σημειώνουμε με ✔ **όσα δε λύνονται**. Εξηγούμε στη συνέχεια γιατί δε λύνονται.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ	
1ο Εφτά παιδιά μοιράστηκαν 28 καραμέλες. Αν τα μισά πήραν τον ίδιο αριθμό καραμέλες και τα υπόλοιπα διπλάσιες, πόσες καραμέλες πήρε κάθε παιδί;	
2ο Αν διπλασιάσουμε την περίμετρο ενός τετραγώνου, διπλασιάζεται το εμβαδόν του;	
3ο Ο Νίκος με τον αδερφό του ξόδεψαν 120 € σε αγορές, δάνεισαν σε ένα φίλο τους 35 € και τους έμειναν 23 €. Πόσα χρήματα είχαν στην αρχή ο Νίκος με τον αδερφό του;	
4ο Ο Γιάννης και ο Γιώργος είναι συμμαθητές. Ο Γιάννης ζυγίζει 56 κιλά και έχει ύψος 1,60 μ. Ο Γιώργος έχει ύψος 1,55 μ. Πόσο είναι το βάρος του;	
5ο Αν πάρουμε λουλούδια γιασεμιού που έχουν βάρος 600 κιλά, θα φτιάξουμε 1 λίτρο απόσταγμα για άρωμα. Αν στο ένα κιλό υπάρχουν περίπου 8.000 λουλούδια γιασεμιού, πόσα λουλούδια χρειάζονται για να φτιάξουμε 1 λίτρο απόσταγμα;	

- Εξηγούμε προφορικά γιατί δε λύνονται τα προβλήματα που σημειώσαμε. Τα γράφουμε διορθωμένα έτσι ώστε να λύνονται:

Εργασία

Φέρνω με το χάρακα 2 ευθύγραμμα τμήματα έτσι ώστε, αν τα συνδυάσουμε με τις πλευρές του τετραγώνου, να σχηματιστούν σε κάθε περίπτωση:

- τουλάχιστον 2 τρίγωνα.
- 4 διαφορετικά τρίγωνα.
- ένα σχήμα που να έχει άξονα συμμετρίας.

Συμπέρασμα ***Πριν αρχίσω την επίλυση ενός προβλήματος, ελέγχω αν μπορεί να έχει λύση***. *Υπάρχουν προβλήματα που δεν μπορούν να λυθούν γιατί:*
α) δεν υπάρχουν επαρκή δεδομένα,
β) η επεξεργασία των δεδομένων μάς οδηγεί σε ***αντιφατικά ή αυθαίρετα αποτελέσματα.***

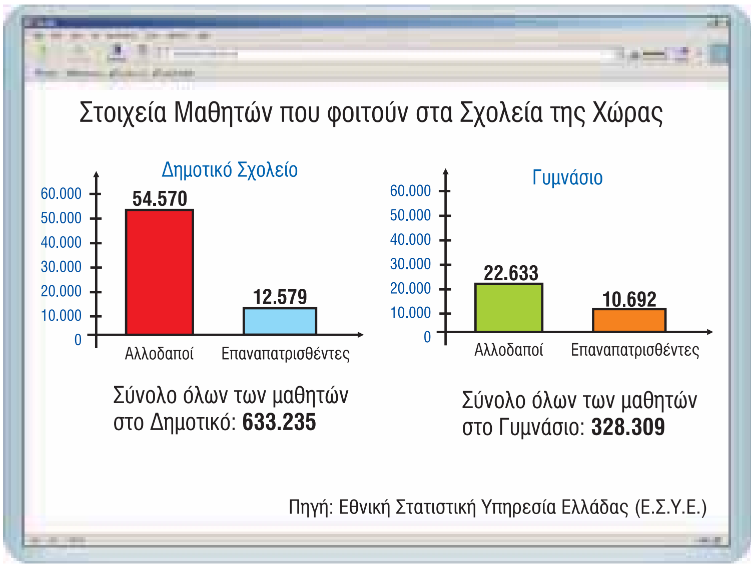
Σύνθετα προβλήματα – Συνδυάζοντας πληροφορίες (β)

ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς οργανώνουμε τη λύση ενός προβλήματος;

Στο μάθημα της πληροφορικής τα παιδιά βρίσκουν πληροφορίες στο διαδίκτυο. Θα χρησιμοποιήσουν τα δεδομένα αυτά σε σχέδια εργασίας στο μάθημα των μαθηματικών.



Συζητάμε στην τάξη:

- Ποια είναι η πηγή πληροφόρησης;
- Ποιος θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει τις πληροφορίες και για ποιο λόγο;
- Ποιες πληροφορίες μπορούμε να καταγράψουμε από την οθόνη του υπολογιστή;

- Πόσοι είναι οι Έλληνες μαθητές στο δημοτικό σχολείο;

Εκτιμώ περίπου:	Υπολογίζω με ακρίβεια:

Συζητάμε στην τάξη τη στρατηγική που χρησιμοποιήσαμε για να λύσουμε το πρόβλημα.

Επαληθεύω:

- Πόσοι μαθητές κατά μέσο όρο βρίσκονται σε καθεμιά από τις 6 τάξεις του δημοτικού και σε καθεμιά από τις 3 τάξεις του γυμνασίου στη χώρα μας;

Εκτιμώ περίπου:	Υπολογίζω με ακρίβεια:

Διδακτική επίλυσης προβλήματος. Χρήση στρατηγικών. Μοντελοποίηση των βημάτων που ακολουθούμε: Οργάνωση πληροφοριών, εκτίμηση αποτελέσματος, ακρίβεια, έλεγχος.

● Εκτιμώ και στη συνέχεια υπολογίζω **περίπου** τι ποσοστό αντιπροσωπεύουν:

α. Οι Έλληνες μαθητές:

Στο δημοτικό; Στο γυμνάσιο;

β. Οι αλλοδαποί μαθητές:

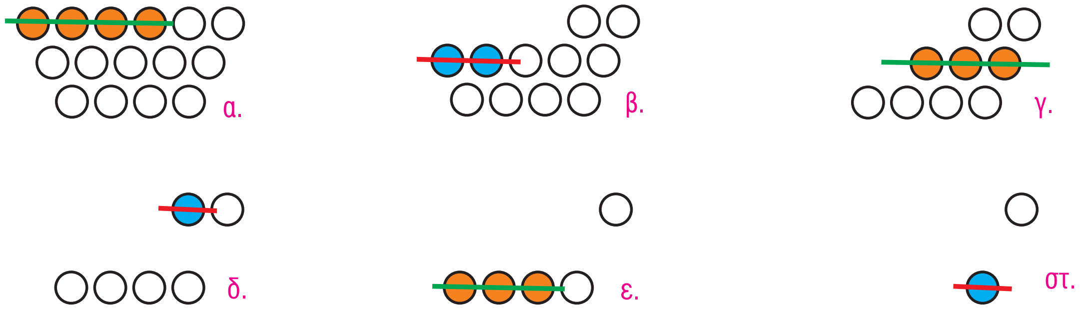
Στο δημοτικό; Στο γυμνάσιο;

Συζητάμε στην τάξη για τις στρατηγικές που χρησιμοποιήσαμε, αλλά και για τις απαντήσεις που βρήκαμε στα παραπάνω ερωτήματα.

Εργασία

Παιχνίδι ΝΙΜ. Το ΝΙΜ είναι αρχαίο κινέζικο παιχνίδι. Παίζουν δύο παίχτες. Τοποθετούμε 15 πούλια σε τρεις σειρές. Σε κάθε κίνηση κάθε παίχτης παίρνει όσα πούλια θέλει από μία μόνο σειρά. Νικητής είναι όποιος πάρει το τελευταίο πούλι. Δείτε πώς έπαιξε ο Νικόλας με τον Άλκη:

● Κίνηση του Νικόλα ● Κίνηση του Άλκη



Νίκησε ο Νικόλας!

Παίζουμε κι εμείς. Κάθε φορά ξεκινά άλλος παίχτης πρώτος. Προσέχουμε τη στρατηγική που θα ακολουθήσουμε.

Συμπέρασμα

Χρήσιμα βήματα στην επίλυση ενός προβλήματος είναι:
1. Αξιολογώ τις πληροφορίες και οργανώνω τα δεδομένα.
2. Επιλέγω στρατηγική επίλυσης.
3. Εκτιμώ το αποτέλεσμα και το βρίσκω με ακρίβεια.
4. Επαληθεύω τη λύση που πρότεινα.
Απαντώ στα ερωτήματα του προβλήματος.

50 Σμίκρυνση – Μεγέθυνση

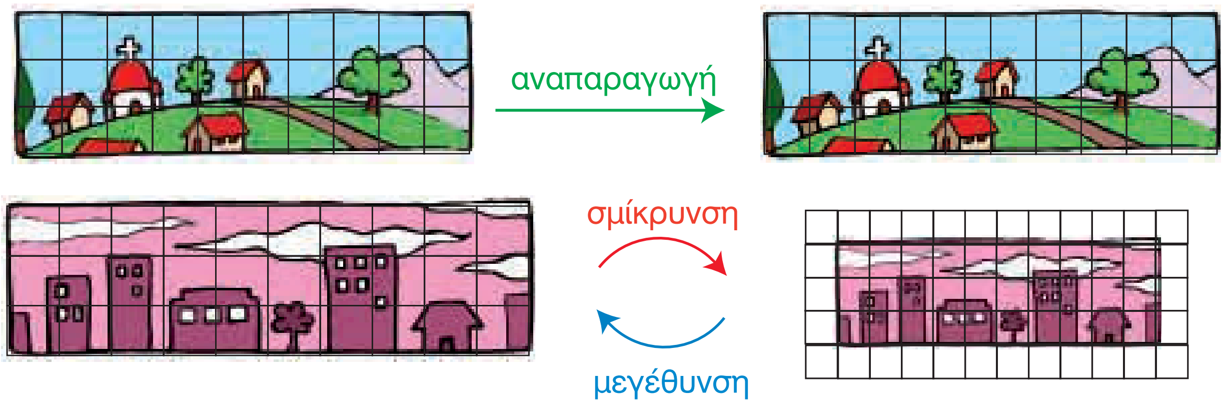
ΓΕΩΓΡΑΦΙΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς διαβάζουμε το υπόμνημα του χάρτη;

Στο μάθημα της Γεωγραφίας τα παιδιά συζητούν για τον τρόπο που διαβάζουμε ένα χάρτη. Ο Οδυσσέας παρατηρεί στο υπόμνημα του χάρτη την έκφραση

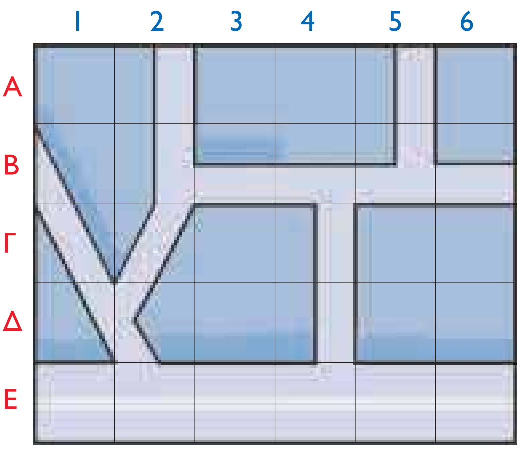
Κλίμακα 1:1.000.000 [$\frac{1}{1.000.000}$].



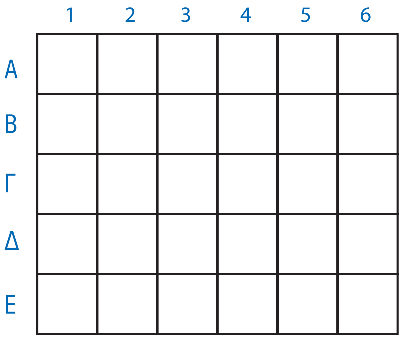
Αν μεταφέρουμε μια εικόνα σε τετραγωνισμένο χαρτί που έχει:
- ίδια τετράγωνα, κάνουμε αναπαραγωγή.
- πιο μικρά τετράγωνα, κάνουμε σμίκρυνση.
- πιο μεγάλα τετράγωνα, κάνουμε μεγέθυνση.

Συζητάμε στην τάξη: Δίνουμε παραδείγματα σμίκρυνσης και μεγέθυνσης από την καθημερινή ζωή.

- Παρατηρώ προσεκτικά το χάρτη. Πώς μπορώ να κάνω σμίκρυνση;



Η εικόνα είναι χωρισμένη σε τετράγωνα (πλέγμα). Πρώτα θα φτιάξω ένα πλέγμα με ίσο αριθμό από τετράγωνα. Το μήκος της πλευράς των τετραγώνων θα είναι μικρότερο. Μετά θα σχεδιάσω με ανάλογο τρόπο ένα ένα τετράγωνο στο μικρό πλέγμα.



- Σε τι κλίμακα είναι φτιαγμένος ο νέος χάρτης;

Η πλευρά του τετραγώνου στο μικρό πλέγμα έχει το μισό μήκος της πλευράς του τετραγώνου στο αρχικό πλέγμα, άρα η κλίμακα στην οποία είναι φτιαγμένος ο νέος χάρτης είναι $\frac{1}{2}$ ή 1:2.

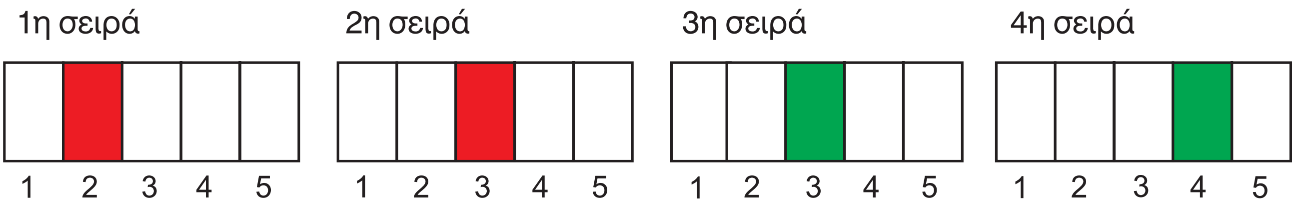
Συμπέρασμα

- *Αν θέλουμε να **κάνουμε σμίκρυνση** σε ένα γεωμετρικό σχήμα ή μια εικόνα που βρίσκεται μέσα σε πλέγμα πλευράς 1 εκ., **χρησιμοποιούμε ένα πλέγμα με τετράγωνα πλευράς μικρότερης** του 1 εκ.*
- *Η **κλίμακα μας δείχνει πόσες φορές μικρότερο** είναι το μέγεθος ενός σχήματος ή μιας εικόνας **από το πραγματικό**. 1:1.000.000 σημαίνει πως στην πραγματικότητα το μέγεθος του σχήματος είναι 1.000.000 φορές μεγαλύτερο, δηλαδή έχουμε κάνει σμίκρυνση 1.000.000 φορές. Παράδειγμα:*

δύο πόλεις, που σε χάρτη κλίμακας $\frac{1}{1.000.000}$ απέχουν 10 εκ. η μία από την άλλη, στην πραγματικότητα απέχουν: 10 εκ. x 1.000.000 =10.000.000 εκ. ή 100.000 μ. ή 100 χμ.

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

1) Να ελέγχω αν ένα πρόβλημα έχει λύση.
Έχουμε συνολικά 20 κάρτες, κόκκινες και πράσινες, σε 4 σειρές με 5 κάρτες σε κάθε σειρά. Οι 16 κάρτες από τις 20 είναι γυρισμένες ανάποδα και δεν ξέρουμε το χρώμα τους. Οι 4 κάρτες είναι γυρισμένες και βλέπουμε τι χρώμα έχουν, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Οι κάρτες έχουν τοποθετηθεί (σε κάθε σειρά) με τον εξής κανόνα:
Εάν μια οποιαδήποτε κάρτα της σειράς είναι κόκκινη, τότε η επόμενη κάρτα της σειράς είναι κόκκινη.

Τι χρώμα έχουν οι υπόλοιπες κάρτες που είναι γυρισμένες ανάποδα; Τις χρωματίζω και εξηγώ πώς σκέφτηκα.

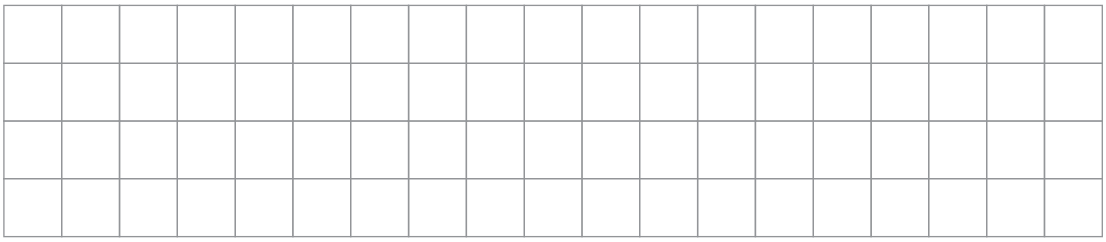
2) Να αξιολογώ και να διορθώνω τις πληροφορίες ενός προβλήματος.
Διαβάζω τα προβλήματα:

- Το πανί ενός μικρού ιστιοφόρου έχει σχήμα ορθογώνιου τριγώνου. Πόσο είναι το ύψος του;
- Αν ο αριθμός των αυτοκινήτων το 1950 σ' ολόκληρο τον κόσμο αυξήθηκε από 53 εκατ. σε 450 εκατ. περίπου το 2003, πόση ήταν:
  – η συνολική αύξηση;
  – η μέση αύξηση κάθε δεκαετία;

Ποια λύνονται; Προτείνω τη λύση σε όσα λύνονται.
Αν δε λύνονται, τα διορθώνω και προτείνω στη συνέχεια τη λύση τους.

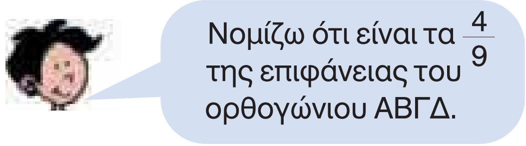
3) Να κάνω μεγέθυνση και σμίκρυνση.
Αν μεγεθύνουμε κατά 20% την πλευρά ενός τετραγώνου που είναι 2,5 εκ., ποια θα είναι η περίμετρος πριν και μετά τη μεγέθυνση; Εκτιμώ.

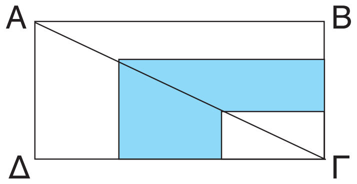
- Σχεδιάζω τα δυο τετράγωνα. πριν .... μετά ....



4) Να βρίσκω την καλύτερη στρατηγική για να λύσω ένα πρόβλημα.

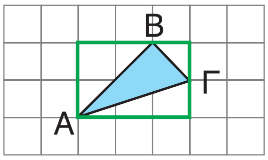
- Τι μέρος του ορθογώνιου ΑΒΓΔ είναι η χρωματισμένη επιφάνεια, αν ξέρουμε ότι η ΒΓ και η ΔΓ είναι χωρισμένες σε 3 ίσα μέρη;





Συμφωνώ με το Γιάννη;

- Πόσο είναι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ;
(Υπόδειξη: Για τον υπολογισμό του, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το εμβαδόν του πράσινου ορθογώνιου παραλληλόγραμμου και στη συνέχεια να αφαιρέσουμε το εμβαδόν της λευκής επιφάνειας).



Καταγράφω την προσωπική μου άποψη για τα κεφάλαια 46-50.

- Μου έκανε εντύπωση:

....

....

- Με δυσκόλεψε πιο πολύ:

....

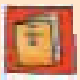
....

- Έμαθα πολύ καλά:

....

....

Φτιάχνουμε με την ομάδα μας ένα πρόβλημα για την τράπεζα εργασιών της τάξης που ικανοποιεί τις παρακάτω προϋποθέσεις:



- Χρήση δεκαδικών αριθμών.
- Καταγραφή των στοιχείων σε πίνακα ή γράφημα.
- Εύρεση του Μέσου Όρου.
- Να έχει «κρυφά» δεδομένα.

51 Μονάδες μέτρησης χρόνου - Μετατροπές

Η ΕΛΙΑ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Ποιες μονάδες μέτρησης χρόνου χρησιμοποιούμε καθημερινά;

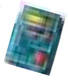
Τα παιδιά έχουν επισκεφτεί τον αρχαιολογικό χώρο της Ακαδημίας Πλάτωνος στην Αθήνα, όπου βρισκόταν στην αρχαιότητα το φημισμένο Λύκειο του Πλάτωνα.

- Παρατηρώ προσεκτικά την εικόνα:
  - Ποιες μονάδες μέτρησης χρόνου υπάρχουν;
  - Τις γράφω με σειρά από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη:

Εργασίες

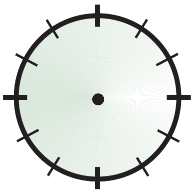
1. Αντιστοιχίζω τις μονάδες μέτρησης που δείχνουν το ίδιο χρονικό διάστημα:

2 ώρες	●	●	1.200 δευτερόλεπτα
20 λεπτά	●	●	120 λεπτά
2 χρόνια	●	●	2 χιλιετίες
20 μήνες	●	●	1 χρόνος και 8 μήνες
20 αιώνες	●	●	730 μέρες

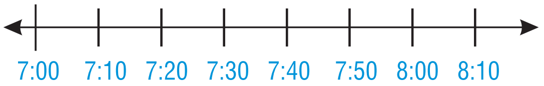
Επαληθεύω τις αντιστοιχίες που έκανα χρησιμοποιώντας 

2. Ο Τάσος πηγαίνει στο σχολείο του κάθε μέρα στις 8:10. Αν περπατά 25 λεπτά, τι ώρα ξεκινά από το σπίτι του; Χρησιμοποιούμε 3 διαφορετικές στρατηγικές.

α) Δείχνω στο ρολόι:



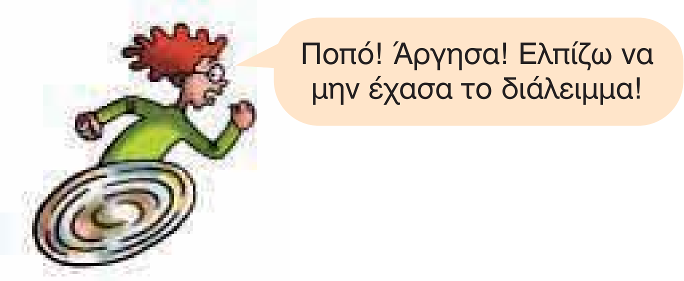
β) Καταγράφω στην αριθμογραμμή



γ) Βρίσκω με αφαίρεση:

	7 ~~8~~ ώρες	70 1~~0~~ λεπτά
–		25 λεπτά

....



3. Βρίσκω το λάθος και ξαναγράφω σωστά:

- 5 $\frac{1}{2}$ ώρες = 5 ώρες 50 λεπτά = 550 λεπτά.
- 3 $\frac{1}{3}$ μήνες = 5 μήνες 3 ημέρες = 33 ημέρες.
- 2,5 έτη = 2 έτη 5 μήνες = 25 μήνες.
- 5 ώρες 40 λεπτά 80 δευτερόλεπτα = 54 ώρες 8 λεπτά.

4. Τα παιδιά του 11ου Δημοτικού Σχολείου Παλαιού Φαλήρου επικοινωνούν μία φορά την εβδομάδα μέσω τηλεδιάσκεψης με το σχολείο Αγίου Διονυσίου στο Σύντνεϋ της Αυστραλίας. Όμως η ώρα που γίνεται η τηλεδιάσκεψη είναι 8:00 το πρωί για τα παιδιά της Ελλάδας και 3:00 το μεσημέρι για τα παιδιά της Αυστραλίας. Συζητάμε στην τάξη πώς μπορεί να συμβαίνει αυτό.

Συμπέρασμα

- *Για να εκφράσω τη **χρονική διάρκεια** με διαφορετικές μορφές, χρησιμοποιώ τις παρακάτω **μονάδες μέτρησης χρόνου**:*

• *60 δευτερόλεπτα = 1 λεπτό*	• *7 ημέρες = 1 εβδομάδα*	• *12 μήνες = 1 έτος*
• *60 λεπτά = 1 ώρα*	• *30 ημέρες =1 μήνας*	• *100 έτη = 1 αιώνας*
• *24 ώρες = 1 ημέρα*	• *365 ημέρες = 1 έτος*	• *1.000 έτη = 1 χιλιετία*

- *Για να κάνω **μετατροπές**, αξιοποιώ τις παραπάνω σχέσεις των μονάδων μέτρησης χρόνου. Παράδειγμα: τρία τέταρτα της ώρας ή $\frac{3}{4}$ της ώρας ή 45 λεπτά.*

52 Προβλήματα με συμμιγείς

Η ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΓΕΝΝΗΣΗΣ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

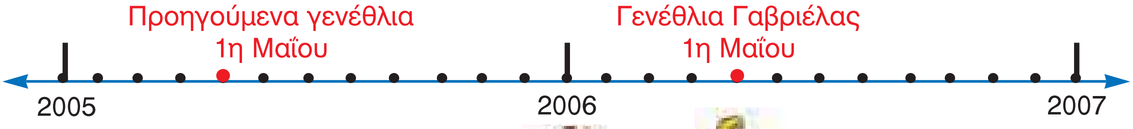
Πώς βρίσκουμε την ηλικία μας με ακρίβεια;

Στα γενέθλια της Γαβριέλας την επισκέφτηκαν οι φίλοι της Ζέτα και Χρήστος.

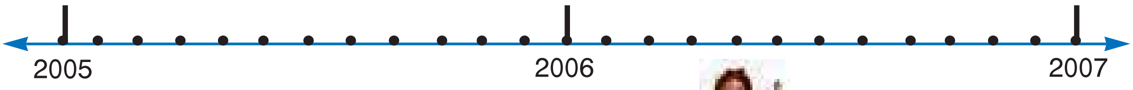
1. Ποια είναι η ηλικία της Γαβριέλας; ....

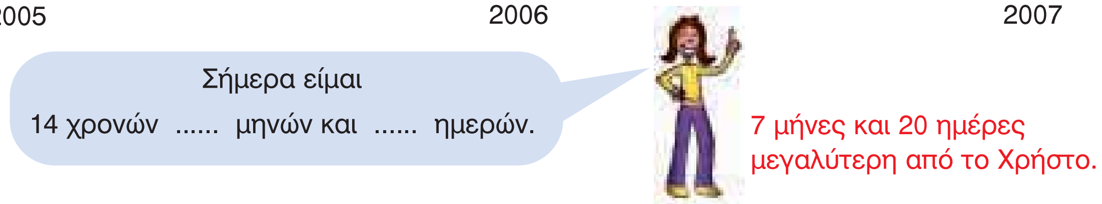
Πότε γεννήθηκε; ....

2. Παρατηρούμε τη γραμμή του χρόνου:



3. Δείχνω στην αριθμογραμμή τα γενέθλια των παιδιών:





3. Πότε είναι τα γενέθλια της Ζέτας και του Χρήστου;

- Ποια είναι η ημερομηνία γέννησης της Ζέτας και του Χρήστου;

Εργασία

Η κυρία Χρυσούλα είναι υπεύθυνη του κυλικείου. Στο τέλος της εβδομάδας πήγε τα κέρματα που είχε στο ταμείο της στην τράπεζα για να τα ανταλλάξει με πιο μεγάλα νομίσματα.

Έδωσε στον ταμία:

x 400

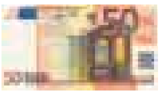
x 300

x 170

x 360

Ο ταμίας τής έδωσε:

7 x

19 x 

- Ελέγχω αν η συναλλαγή έγινε σωστά:
  - Εκτιμώ με νοερούς υπολογισμούς:
  - Υπολογίζω με ακρίβεια με τον υπολογιστή τσέπης:
- Προτείνω έναν άλλο τρόπο να πληρωθεί η κ. Χρυσούλα με διαφορετικά χαρτονομίσματα.

Συμπέρασμα

- *Στις **μετρήσεις** που κάνουμε στην καθημερινή μας ζωή, **εκφράζουμε τα αποτελέσματά τους είτε με δεκαδικούς αριθμούς είτε με συμμιγείς:***
  - *75,80 € ή 75 € και 80 λεπτά*
  - *2,5 χρόνια ή 2 χρόνια και 6 μήνες*
- *Για να **διαχειριστούμε τα αποτελέσματα των μετρήσεων** που είναι εκφρασμένα με συμμιγείς αριθμούς, μπορούμε να τους μετατρέψουμε στην πιο μικρή υποδιαίρεση.*

Παράδειγμα: 4 μήνες και 17 ημέρες = (4 x 30) + 17 μέρες = 137 μέρες.

53 Ο κύκλος

ΦΤΙΑΧΝΟΥΜΕ ΚΥΚΛΟΥΣ

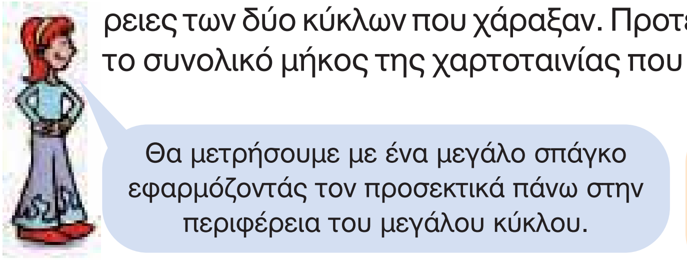
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

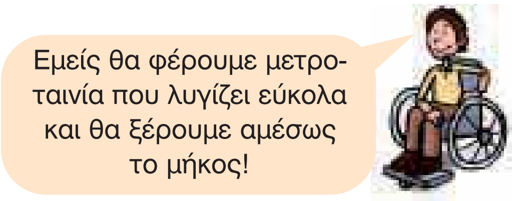
Πώς μπορούμε να μετρήσουμε το μήκος μιας καμπύλης γραμμής;

- Στο σχολείο της Θάλειας τα παιδιά βοηθάνε τη δασκάλα του χορού να χαράξει στο προαύλιο τους κύκλους για τις χορευτικές εκδηλώσεις τους.

- Πόση μπορεί να είναι η ακτίνα του μικρού κύκλου;
- Πόσο μακριά μπορεί να είναι το κέντρο του δεύτερου κύκλου;

- Στη συνέχεια τα παιδιά πρέπει να κολλήσουν χαρτοταινία πάνω στις περιφέρειες των δύο κύκλων που χάραξαν. Προτείνουν τρόπους για να υπολογίσουν το συνολικό μήκος της χαρτοταινίας που θα χρειαστούν για κάθε κύκλο.





- Καταγράφουμε τις μετρήσεις για κάθε κύκλο.
  - Μήκος μεγάλου κύκλου:
  - Μήκος μικρού κύκλου:
  - Ακτίνα μεγάλου κύκλου:
  - Ακτίνα μικρού κύκλου:

- Αν έφτιαχναν ένα μεγαλύτερο κύκλο με ακτίνα 8 μ., πόσο μπορεί να είναι περίπου το μήκος του (περιφέρεια του κύκλου); Βάζουμε ✔ στο σωστό αριθμό:

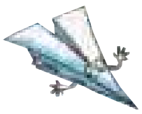
25 μ. ☐ 32 μ. ☐ 50 μ. ☐ 60 μ. ☐

Συμπληρώνω τον πίνακα:

	ακτίνα (α)	διάμετρος (δ) 2 x α	μήκος κύκλου (κ) κ= π x δ = π x 2 x α	$\frac{\text{μήκος κύκλου}}{\text{διάμετρος}}$ =....
μεγάλος κύκλος	4 μ.	....	....	....
μικρός κύκλος	....	....	....	....
μεγαλύτερος κύκλος	8 μ.	....	....	....

- Τι παρατηρούμε και στους τρεις κύκλους για το πηλίκο $\frac{\text{μήκος κύκλου}}{\text{διάμετρο}}$;

Εξηγώ:



Από τα αρχαία χρόνια ο Αρχιμήδης παρατήρησε ότι, **αν διαιρέσουμε το μήκος οποιουδήποτε κύκλου με τη διάμετρό του**, το πηλίκο είναι ο αριθμός 3,14 , τον οποίο συμβολίζουμε με το γράμμα π. Ο αριθμός αυτός έχει πολλά δεκαδικά ψηφία, αλλά συνήθως χρησιμοποιούμε τα δύο πρώτα μόνο.

Εργασία

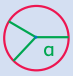
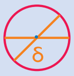
Ένας κύκλος έχει ακτίνα 3 εκ.

- Πόση είναι η διάμετρός του;

- Πόσο είναι το μήκος του;

Τον σχεδιάζω χρησιμοποιώντας το διαβήτη.

Συμπέρασμα

- Τα στοιχεία του κύκλου είναι:
  - το **κέντρο** (Ο) του
  - η **ακτίνα** του (α) 
- **Διάμετρο** (δ) του κύκλου λέμε το ευθύγραμμο τμήμα που περνάει από το κέντρο του κύκλου και έχει τα άκρα του στην περιφέρεια.  **δ = 2α**
- Υπολογίζω το **μήκος του κύκλου** αν πολλαπλασιάσω τον αριθμό **3,14** με τη διάμετρό του ή δυο φορές την ακτίνα του, δηλαδή **μήκος κύκλου**= π x δ ή π x 2 x α

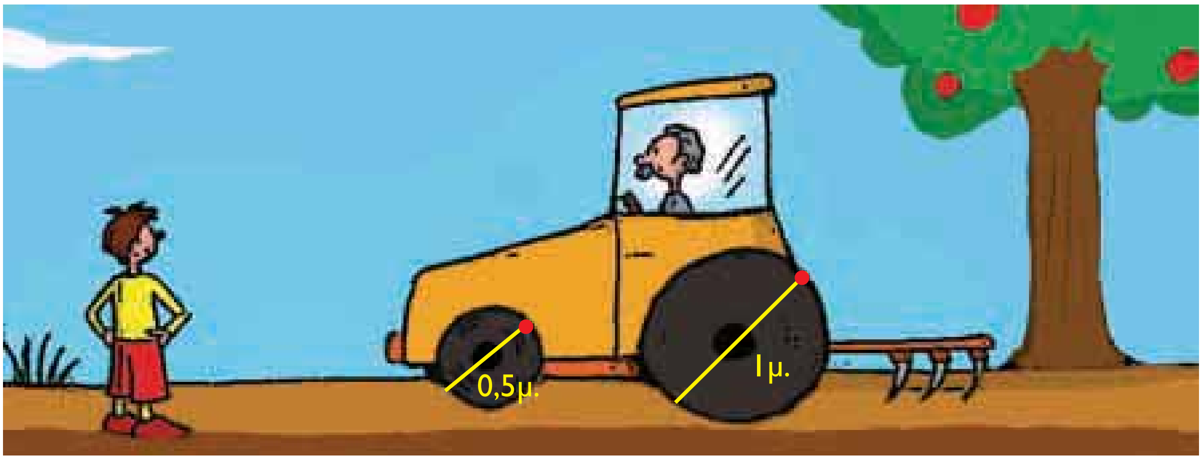
54 Προβλήματα γεωμετρίας

ΣΤΟ ΧΩΡΑΦΙ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Τι σχέση έχει η διάμετρος του τροχού με την περιφέρειά του;

Ο Νικόλας βοηθάει τους γονείς του στις δουλειές στα χωράφια. Συχνά βλέπει τον πατέρα του να οργώνει με το τρακτέρ.

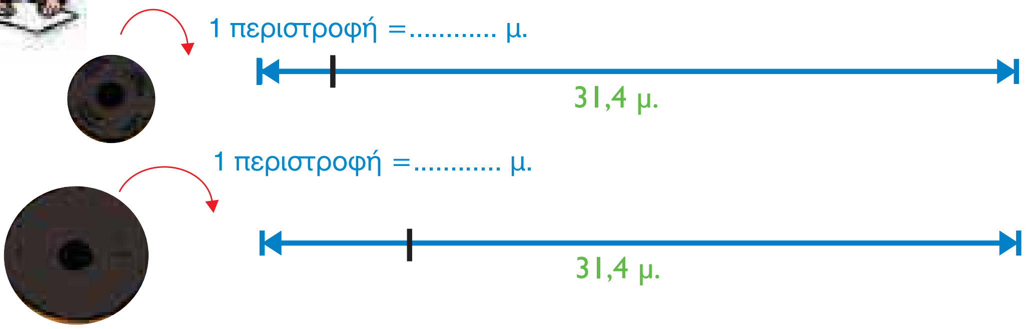


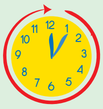
- Παρατηρεί ότι οι τροχοί περιστρέφονται με διαφορετική ταχύτητα. Ποιος τροχός κινείται πιο γρήγορα; Εξηγώ:

Συζητάμε στην τάξη: Πόσες πλήρεις περιστροφές θα έχει κάνει ο μικρός και πόσες ο μεγάλος τροχός όταν το τρακτέρ διανύσει απόσταση 31,4 μ.;

Θα σχεδιάσω τις αποστάσεις που καλύπτουν οι ρόδες!

Δε χρειάζεται να βρω την περιφέρεια και των δύο τροχών!





Ενότητα 9

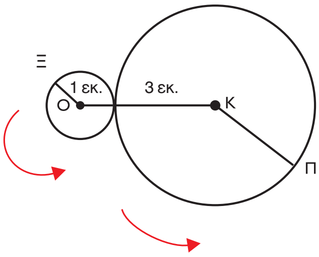
Εργασίες

1. Στην αυλή της Ηρώς υπάρχει ακόμα το πηγάδι που άνοιξαν οι πρόγονοί τους.

Συζητάμε στην τάξη τις σκέψεις μας.

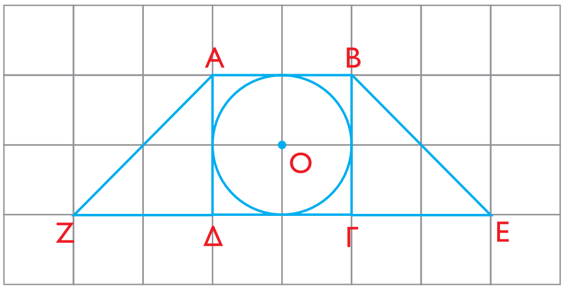
- Αν η διάμετρος του πηγαδιού είναι 1 μ.:
  - Η περιφέρεια του πηγαδιού θα είναι ....μ.
  - Το καπάκι του πηγαδιού θα πρέπει να έχει ακτίνα .... μ.

2. Παρατηρώ και απαντώ χωρίς να κάνω υπολογισμούς:



- Ποια είναι η απόσταση ΞΟΚΠ;
- Ποιο είναι το μήκος του μικρού κύκλου;
- Ποιο είναι το μήκος του μεγάλου κύκλου;
- Μετά από πόσες στροφές οι κύκλοι θα βρίσκονταν στην αρχική θέση;

3. Γράφω τις οδηγίες που θα έδινα στον διπλανό μου για να κατασκευάσει το πλαϊνό σχέδιο σε τετραγωνισμένο χαρτί του ενός εκατοστού:



Συμπέρασμα

*Αν σ' έναν κύκλο **διπλασιάσουμε την ακτίνα του, διπλασιάζεται και το μήκος του** (η περιφέρειά του).*

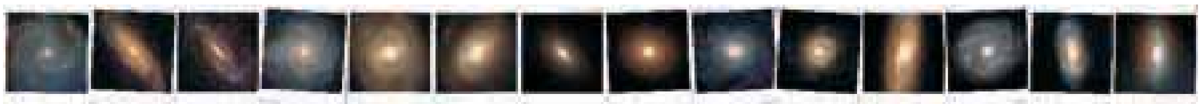
55 Γνωριμία με τους αριθμούς 1.000.000.000 και άνω

ΣΤΟ ΠΛΑΝΗΤΑΡΙΟ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Με τι αριθμούς υπολογίζουμε τις αποστάσεις των αστεριών;

Τα παιδιά της Ε΄ Τάξης επέστρεψαν στο σχολείο με πολλές όμορφες εντυπώσεις από την επίσκεψή τους στο Πλανητάριο.



Μου έκανε εντύπωση το σχήμα των γαλαξιών. Ο **δικός μας Γαλαξίας** είναι σπειροειδής ( ) και αποτελείται από **500.000.000** αστέρια!

Ποτέ δε φανταζόμουν ότι υπάρχουν **τόσο μεγάλες αποστάσεις**! Ανάμεσα στα αστέρια και στους γαλαξίες υπάρχει απόσταση που τη μετράμε με **έτη φωτός**!

- Διαβάζω δυνατά πολύ προσεκτικά και αντιστοιχίζω:

Στο σύμπαν υπάρχουν περίπου **εκατό δισεκατομμύρια γαλαξίες** που περικλείουν επίσης δισεκατομμύρια αστέρια σαν τον Ήλιο μας.

Υπάρχουν 9 πλανήτες που περιστρέφονται γύρω από τον Ήλιο μας. Η μικρότερη απόσταση του Ήλιου από τον πλανήτη που βρίσκεται πιο κοντά του είναι **πενήντα εφτά εκατομμύρια εννιακόσιες χιλιάδες χιλιόμετρα.**

Η διάμετρος του Ήλιου είναι **1.329.000 χιλιόμετρα.**

Η διάμετρος της Γης είναι **12.756 χιλιόμετρα.**

Η ηλικία του Ήλιου είναι **4,6 δισεκατομμύρια χρόνια** περίπου.

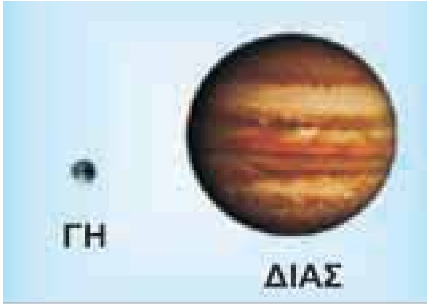
Ένα έτος φωτός είναι ίσο με την απόσταση που διανύει το φως σε ένα χρόνο ταξιδεύοντας με **300.000 χιλιόμετρα σε 1 δευτερ.**

Αν ένας πύραυλος έτρεχε με την ταχύτητα του φωτός, τότε θα έκανε σε 1 δευτερ. το γύρο της Γης **7,5 φορές.**

- 4 δισεκατομμύρια 600 εκατομμύρια ή 4.600.000.000 χρόνια.
- 300.000.000 ή 300 εκατομμύρια μέτρα.
- 1.329.000 χμ. ή 1 δισεκατομμύρια 329 εκατομμύρια μέτρα.
- 100.000.000.000 γαλαξίες.
- 12 χιλιάδες 756 χιλιόμετρα ή 12.756.000 μέτρα.
- εφτάμισι φορές.
- 57.900.000 χιλιόμετρα ή 57.900.000.000 μέτρα.

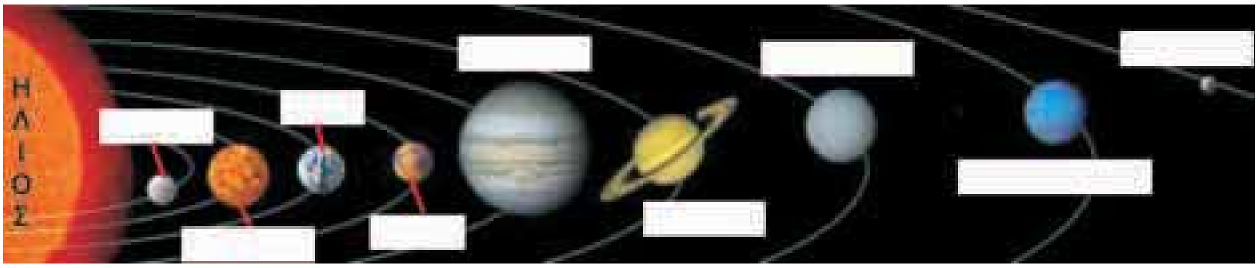
Εργασία

Ο Δίας είναι ο μεγαλύτερος πλανήτης του ηλιακού μας συστήματος! **Χρειάζονται 1.300 πλανήτες σαν τη Γη** για να φτιάξουν έναν πλανήτη τόσο μεγάλο όσο ο Δίας!



- Παρατηρώ προσεκτικά τον παρακάτω πίνακα και βάζω το όνομα σε κάθε πλανήτη:

ΠΛΑΝΗΤΗΣ	ΜΕΣΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΑΠΟ ΤΟΝ ΗΛΙΟ
Αφροδίτη	108,2 εκατ. χμ. ή 108.200.000 χμ.
Άρης	227,9 εκατ. χμ. ή 227.900.000 χμ.
Γη	150 εκατ. χμ. ή 150.000.000 χμ.
Κρόνος	1,427 δισ. χμ. ή 1.427.000.000 χμ.
Δίας	778,3, εκατ. χμ. ή 778.300.000 χμ.
Ερμής	57,9 εκατ. χμ. ή 57.900.000 χμ.
Πλούτωνας	4,497 δισ. χμ. ή 4.497.000.000 χμ.
Ουρανός	2,31 δισ. χμ. ή 2.310.000.000 χμ.
Ποσειδώνας	2,87 δισ. χμ. ή 2.870.000.000 χμ.



- Ποια απόσταση είναι η μεγαλύτερη; ....
- Ποιος πλανήτης βρίσκεται πιο μακριά από τον ΄Ηλιο; ....
- Ποια απόσταση είναι η μικρότερη; ....
- Ποιος πλανήτης βρίσκεται πιο κοντά στον ΄Ηλιο; ....

Συμπέρασμα

*Για να εκφράσουμε τις **αποστάσεις των πλανητών** στο Γαλαξία μας, χρειαζόμαστε **πολύ μεγάλους αριθμούς**.*

Επαναληπτικό 9

Κεφάλαια 51-55

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

1) Να μετατρέπω μονάδες μέτρησης του χρόνου και να κάνω υπολογισμούς με συμμιγείς αριθμούς που εκφράζουν χρόνο. Βάζω ✔ στο σωστό.

- Οι 96 ώρες είναι:

4 εικοσιτετράωρα ☐	5.760 λεπτά ☐	3 μέρες ☐
9.600 λεπτά ☐	5 χρόνια 5 μήνες ☐	12 οκτάωρα ☐

- Η Ελευθερία ξεκινά την εργασία της στις 8:45 π.μ. Αν εργάζεται 7 ώρ. 30 λ. καθημερινά, τι ώρα σχολάει;

- Η μεσημεριανή παιδική ζώνη της τηλεόρασης ξεκινά στις 12:30 μ.μ. και τελειώνει στις 2:35 μ.μ. Πόσο χρόνο διαρκεί;

2) Να αναγνωρίζω αριθμούς λίγο μεγαλύτερους από το 1 δισεκατομμύριο και να τους αναλύω φωνολογικά.

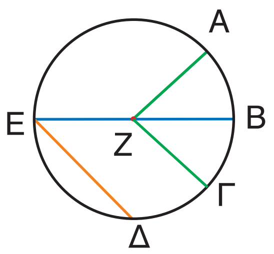
- 1 δισ. 100 εκατ. = 1.000.000.000 + 100.000.000. ή ....
- ο αριθμός 3.500.000.000 διαβάζεται .... ή ....

3) Να διακρίνω το κέντρο, την ακτίνα και τη διάμετρο του κύκλου.

- Ακτίνα του κύκλου είναι το ευθύγραμμο τμήμα:

ΑΒ ☐ ΔΓ ☐ ΔΒ ☐ ΑΕ ☐ ΔΖ ☐

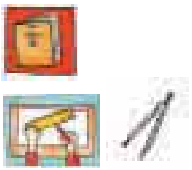
- Κέντρο του κύκλου είναι το σημείο ....
- Ποια είναι η διάμετρος του κύκλου; ....

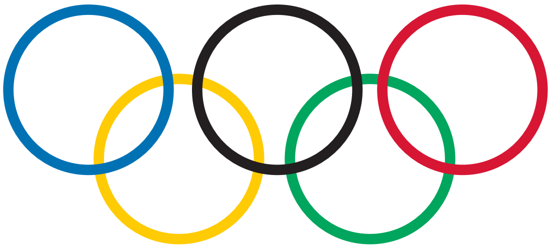


4) Να φτιάχνω κύκλο και να υπολογίζω το μήκος του.

- Φτιάχνω τον κύκλο που έχει ακτίνα το ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ. Υπολογίζω το μήκος του.

- Φτιάχνω τη σημαία των Ολυμπιακών Αγώνων: Φτιάχνω τους 5 κύκλους. Καθένας έχει ακτίνα 3 εκ.





Καταγράφω την προσωπική μου άποψη για τα κεφάλαια 51-55.

- Μου έκανε εντύπωση:

....

....

- Με δυσκόλεψε πιο πολύ:

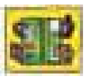
....

....

- Έμαθα πολύ καλά:

....

....



Φτιάχνουμε με την ομάδα μας ένα πρόβλημα για την τράπεζα εργασιών της τάξης που ικανοποιεί τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Έχει αριθμούς με διαφορετική συμβολική μορφή: συμμιγείς, ακέραιους, δεκαδικούς.
- Γίνονται πράξεις με συμμιγείς αριθμούς, οι οποίοι χρειάζονται μετατροπή (δανεισμός από μεγαλύτερη μονάδα μέτρησης ή συμπλήρωση μεγάλης μονάδας μέτρησης από άλλες μικρότερες).